UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ECONÓMICA Y CCSS
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ECONÓMICA

TEORÍA MACRODINÁMICA - EA811

RONALD AUGUSTO CUELA ALVAREZ

APUNTES DE CLASES Nº 02
MODELOS DINÁMICOS[1]

[1] Este documento es elaborado para facilitar el aprendizaje del curso y no reemplaza la bibliografía referente a este tema.

1. Modelo de Cagan

Phillip Cagan (1956) estudia 7 de las 8 hiperinflaciones entre 1920 y 1946:

Austria	Oct 1921–Ago 1922,	Rusia	Dic 1921–Ene 1924
Alemania	Ago 1922–Nov 1923,	Polonia	Ene 1923–Ene 1924
Hungria I	Mar 1923–Feb 1924,	Grecia	Nov 1943–Nov 1944
Hungria II	Ago 1945–Jul 1946		

Huang (1948) encuentra que existía otro fenómeno hiperinflacionario en China: Oct 1947 a Mar 1948. Cagan define una hiperinflación aquel período donde la inflación mensual excede 50 por ciento por lo menos por un año, ninguno de los procesos estudiados por Cagan duran menos que 10 meses. Las inflaciones previas al siglo 20 son modestas frente a las estudiadas por Cagan.

Tabla 1: Episodios históricos de altas inflaciones

País/Episodio	Período	Duración	Inflación Acumulada 1/	Tasa de inflación geométrica anual	Inflación anual Máxima	Fuente(s)
Antigua Roma Diocletian	151-301	151 años	19,900.0	3.6	N.A.	Paarlberg (1993)
China/ Dinastía Sung	1191-1240	50 años	2,092.6	6.4	18.0	Lui (1983)
Europa/ Peste Negra 2/	1349-1351	3 años	138.5	33.6	56.3	Paarlberg (1993)
España	1502-1600	99 años	315.2	1.4	14.6	Hamilton (1965), Paarlberg (1993)
Francia/Ley de John 6/	Feb.1717-Dic.1720	47 meses	55.2	11.9	1,431.3	Hamilton (1936), Paarlberg (1993)
Revolución Americana 3/ 6/	Feb.1777-Ene.1780	36 meses	2,701.7	203.7	16,098.7	Fisher (1913), Paarlberg (1993)
Revolución Francesa 4/ 6/	Feb.1790-Feb.1796	73 meses	26,566.7	150.5	92,067.6	Capie (1991)
Guerra Civil U.S. / Confederación Norte 6/	1862-1864 Feb.1861-Abr.1865	3 años 51 meses	116.9 9,019.8	29.4 189.2	45.1 5,605.7	Paarlberg (1993), Lerner (1955)
Revolución Mexicana 5/ 6/	Feb.1913-Dic.1916	47 meses	10,715.4	230.6	7,716,100.0	Cardenas and Manns (1989), Kemmerer (1940)
China	1938-1947	10 años	2,617,681.0	176.6	612.5	Huang (1948)

1/ Inflación expresada en términos porcentuales.
2/ Precio del cereal en Inglaterra.
3/ Depreciación de la moneda continental (en unidades por Dólar español), de acuerdo con los precios de la carne de res, Maíz indígena, lana, y cuero.
4/ Valor del *assignat* (papel moneda).
5/ Pesos por dólar U.S.
6/ Inflación anual máxima basado en la tasa mensual de inflación máxima.

La hiperinflación de Francia (de acuerdo a la definición de Cagan) apoya la opinión de que el fenómeno de hiperinflación se da por la necesidad de financiar los grandes déficit fiscales causados por guerras, revoluciones, caídas de imperios, establecimientos de nuevos estados, etc.

Existían controversias respecto a si las hiperinflaciones eran provocados por expansiones monetarias o por la balanza de pagos, e incluso algunos le daban un mayor énfasis al comportamiento exógeno del tipo de cambio.

El modelo

Cagan (1956) busca estudiar la estabilidad de la demanda de saldos reales en contextos de hiperinflación. Parte de un modelo convencional de la demanda de saldos explicado por la tasa de interés y el ingreso

$$(M/P)^d = L(i,Y) \qquad \ldots(1)$$

Teniendo en cuenta que la tasa de interés nominal es igual a la tasa de interés real más la inflación esperada.

$$(M/P)^d = L(r+\pi^e, Y)$$

Cagan además plantea que la demanda de saldos reales en períodos de hiperinflación dependen sólo de la inflación esperada, y esta relación es negativa.

$$(M/P)^d = L(\pi^e)$$

La pregunta es si existe algún punto donde la demanda de saldos reales se vuelve inestable y por ende se abandona completamente la moneda, es decir si las expectativas son suficientes para hacer explosivo el sistema. Usando la aproximación

$$\frac{M_t}{P_t} = e^{-\alpha\pi_t^e}, \quad \alpha > 0 \quad \ldots(1)$$

Cagan usa expectativas adaptativas, en este caso usamos la versión para modelar estas expectativas en tiempo continuo, donde la corrección de las expectativas en el instante t es una proporción del error de predicción.

$$\dot{\pi}_t^e = \gamma(\pi_t - \pi_t^e) \qquad \ldots(2)$$

Asumiendo la inflación como exógena, se asume $\gamma > 0$ para que la inflación esperada tienda a la inflación efectiva, y la expectativa tenga sentido.

$$\pi_t^e = (\pi_0^e - \pi)e^{-\gamma t} + \pi$$

Para la solución del modelo, partimos de la ecuación (1)

$$LnM_t - LnP_t = -\alpha\pi_t^e$$

$$\pi_t^e = -\frac{1}{\alpha}(LnM_t - LnP_t) \qquad \ldots(3)$$

Derivando respecto al tiempo

$$\dot{\pi}_t^e = -\frac{1}{\alpha}\left(\frac{\partial LnM_t}{\partial t} - \frac{\partial LnP_t}{\partial t}\right) \ldots(4)$$

Reemplazando el valor de la variación de la inflación esperada (2) en (4), y asumiendo que la la cantidad de dinero es una variable exógena $\left(\frac{\partial LnM_t}{\partial t} = 0\right)$

$$\gamma(\pi_t - \pi_t^e) = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\partial LnP_t}{\partial t}\right) \qquad \ldots(5)$$

Teniendo en cuenta la equivalencia de la inflación esperada (3) y además $\left(\pi_t = \frac{\partial LnP_t}{\partial t}\right)$ en (5)

$$\gamma\left(\frac{\partial LnP_t}{\partial t} + \frac{1}{\alpha}(LnM_t - LnP_t)\right) = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\partial LnP_t}{\partial t}\right) \qquad \ldots(6)$$

Se puede obtener

$$\frac{\partial LnP_t}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1-\alpha\gamma}LnP_t + \frac{\gamma}{1-\alpha\gamma}LnM_t \qquad \ldots(7)$$

Cuya solución (asumiendo M constante o exógena) es:

$$LnP_t = (LnP_0 - LnM)e^{-\left(\frac{\gamma}{1-\alpha\gamma}\right)t} + LnM \qquad \ldots(8)$$

Con esto se muestra que los saldos reales son estables incluso en el largo plazo, si $\alpha\gamma < 1$. Cagan comprobó las relaciones para los 7 escenarios que estudio, por ende concluye que la demanda de saldos reales es estable aún en períodos de hiperinflación. El modelo tiene una crítica puesto que los errores de la ecuación (2) están correlacionados.

En el resultado (8) la solución asume la cantidad de dinero constante, sin embargo que ocurre si la cantidad empieza a crecer en período 0 a una tasa constante igual a u.

$$\frac{\dot{M}_t}{M_t} = \frac{\partial LnM_t}{\partial t} = u \quad \Rightarrow \quad LnM_t = LnM_0 + ut$$

En este caso (6) se modifica:

$$\gamma\left(\frac{\partial LnP_t}{\partial t} + \frac{1}{\alpha}(LnM_t - LnP_t)\right) = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\partial LnP_t}{\partial t} - u\right) \qquad \ldots(6)'$$

$$\frac{\partial LnP_t}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1-\alpha\gamma} LnP_t + \frac{u + \gamma(LnM_0 + ut)}{1-\alpha\gamma} \qquad \ldots(7)'$$

Cuya solución es:

$$LnP_t = (LnP_0 - LnM_0 - u\alpha)e^{-\left(\frac{\gamma}{1-\alpha\gamma}\right)t} + LnM_t + u\alpha \quad \ldots(8)'$$

Debe notarse que en este caso existe una pérdida permanente de los saldos reales (en estado estacionario), está pérdida se asocia a la implementación de la regla de crecimiento monetario.

$$LnM_t - LnP_t = (LnM_0 + u\alpha - LnP_0)e^{-\left(\frac{\gamma}{1-\alpha\gamma}\right)t} - u\alpha \quad \ldots(9)$$

Sin embargo, a pesar de esta pérdida (9), en el largo plazo, la inflación es igual a la tasa de crecimiento de la cantidad de dinero, de (8)

$$\pi = u$$

Haciendo extensivo el análisis, ¿Qué ocurre con la inflación cuando la economía sigue un proceso de crecimiento de la cantidad de dinero expresado por una función M(t)?

Conclusiones de "Modern hyper- and high inflations" (Stanley Fischer, Ratna Sahay Carlos A. Végh)

¿Qué hemos aprendido después de una travesía por el mundo de las hiperinflaciones? De una muestra de 161 países (133 economías de mercado y 28 economías en transición) estos autores presentan 10 hechos estilizados relacionados con altas inflaciones y estabilización (1960-1996):

1. La inflación es un fenómeno común en el mundo. Más de dos tercios de los países han experimentado un episodio de inflación anual mayor a 25%; más de un tercio excedió 50%; cerca de 20% de países con una inflación mayor a 100%; y alrededor de 8 por ciento superó una inflación de 400%. La duración promedio de episodios de alta inflación está entre 3 y 4 años.
2. Todas las economías en transición (28) experimentaron al menos un período de inflación cerca de 25% anual, y 80 por ciento de ellas superó 400% (en la mayoría de los casos por apertura de la economía).
3. Mayores inflaciones tienden a ser más inestables. A medida que la inflación aumenta, la probabilidad de mantenerla (estable) disminuye, y la probabilidad que la inflación comience a disminuir aumenta.

4. Desde 1947 la hiperinflaciones en las economías de Mercado han sido raras (7). Más comunes han sido los procesos inflacionarios largos (mayores a 12 meses) con tasas por encima de 100%. Bajo esta definición identifican 45 episodios en 25 países, 36 de estos episodios en Latinoamérica o África. Máximo 208 meses (Argentina, 1974–1991).
5. La relación de largo plazo entre el crecimiento de del dinero y la inflación es robusta. La relación es más fuerte para países con mayores tasas de inflación.
6. La relación de largo plazo (basado en modelos de corte transversal) entre los resultados fiscales y señoreaje es significativa y negativa. En el corto plazo la relación solo es significativa en países con alta inflación (más de 100%).
7. No siempre se detectó una relación positiva entre déficit fiscal e inflación.
8. La inercia inflacionaria —definido como la media o mediana de la duración del rezago de un proceso autorregresivo de la inflación— cae cuando aumenta el nivel de inflación. Esta evidencia apoya la noción que las rigideces nominales se debilitan cuando la inflación alcanza altos niveles.
9. Periodos de alta inflación son asociados con malos desempeños de la macroeconomía. En particular, una alta inflación es mala para el crecimiento. En 18 países, el PBI real per capita cayó en promedio en 1,6% por año, comparado con el crecimiento positiva de 1,4% en años de baja inflación.
10. Las estabilizaciones basadas en el tipo de cambio parecen liderar una expansión inicial en el PBI real y el consumo privado real. Las estabilizaciones no basadas en el tipo de cambio parecen no tener un efecto significativo en el producto, consumo o inversión.

Tabla 2: Economías de mercado con episodios de alta inflación en Latinoamérica

País	Fecha del escenario		Durante las altas inflaciones					12 meses después de una alta tasa de inflación	
			Duración (En meses)	Inflación Acumulada	Tasa de inflación mensual				
	Comienzo	Fin			Promedio geométrico	Promedio aritmético	Más alto	Promedio geométrico	Más alto
Argentina	Jul 1974	Oct. 1991	208	3,809,187,961,396	12.4	13.5	196.6	1.4	3.0
Bolivia	Ago. 1981	Ago. 1986	61	5,220,261	19.5	22.1	182.8	0.7	2.4
Brasil	Abr. 1980	May 1995	182	20,759,903,275,651	15.4	16.1	80.7	1.7	4.4
Chile	Oct. 1971	May 1977	68	127,958	11.1	11.6	87.5	3.0	4.2
Costa Rica	Set. 1981	Oct. 1982	14	120	5.8	5.8	10.7	1.0	2.6
México	Dic. 1985	Ago. 1988	33	724	6.6	6.6	15.5	1.3	2.5
México	Feb. 1982	Jul 1983	18	180	5.9	5.9	11.2	4.2	6.4
Nicaragua	May 1984	Feb. 1992	94	288,735,412,719	26.1	30.3	261.1	1.6	9.3
Perú	**Dic. 1986**	**Mar. 1992**	**64**	**25,392,223**	**21.5**	**25.9**	**397.0**	**3.5**	**4.8**
Perú	**Jun 1982**	**Abr. 1986**	**47**	**1,953**	**6.6**	**6.7**	**13.9**	**4.6**	**6.6**
Uruguay	Jun 1989	Ago. 1991	27	414	6.2	6.3	14.7	4.4	6.5
Uruguay	Ene. 1974	Dic. 1974	12	107	6.3	6.3	16.8	4.4	11.4
Uruguay	Dic. 1971	Set. 1973	22	256	5.9	6.1	20.3	4.5	16.8
Uruguay	Oct. 1966	Oct. 1968	25	336	6.1	6.2	17.9	1.2	2.7
Venezuela	Jul 1995	Dic. 1996	18	161	5.5	5.5	12.6	N.A.	N.A.
Venezuela	Jun 1988	May 1989	12	103	6.1	6.2	21.3	2.4	3.3

Fuente: FMI, *International Financial Statistics* , national authorities, and IMF desk economists.

La demanda de dinero e inflación en el Perú: 1979-1991
Jaime Pedro Ventura presenta un modelo para evaluar el efecto de tres factores en la demanda de saldos reales: ingreso, tasa de inflación y un rezago de los saldos en manos del público en el período anterior.

$$Ln(M/P)_t = \beta_0 + \beta_1 Ln(\pi_t) + \beta_2 Ln(Y_t) + \beta_3 Ln(M/P)_{t-1} + u_t \qquad \ldots(*)$$

Ventura encuentra una relación negativa entre la demanda de saldos reales y la inflación; el modelo además muestra que ante un aumento en la tasa de inflación en 1% la demanda de saldos reales disminuye en 0,104%, sin embargo debe considerarse que la elasticidad al principio debía ser menor puesto que los peruanos no podían cambiar la moneda por otros activos (o moneda) fácilmente, más adelante ellos aprenderían y por consiguiente el valor de la elasticidad sería mayor.

Por otro lado la relación con el ingreso es positiva pero poco significativa, lo cual reafirma la hipótesis de Cagan (la inflación se convierte en la determinante principal de la demanda de saldos reales en períodos de hiperinflación). Con respecto a los saldos reales rezagadas la relación es positiva, lo que estaría explicado por cierta persistencia a mantener saldos reales, o ajustes.

Para Ventura el señoreaje fue la raíz del problema hiperinflacionario en el Perú, porque el gobierno recurrió a este método para financiar el presupuesto fiscal que había permanecido en déficit entre 1979-1991. Según la teoría el imprimir dinero puede tener efectos contraproducentes generar ingresos negativos al fisco, pero este no fue el cado del Perú. Para que esto ocurriera el coeficiente β_1 tendría que ser menor a 1.

En el Perú, el periodo hiperinflacionario perjudico más a las personas pobres ya que la jornada de una semana solo les alcanzada para un pan, por ende las personas encontraron formas alternativas y menos eficientes para hacer transacciones como el trueque.

Como conclusión se tiene que el caso peruano se apoya en la teoría de Cagan, es decir que los saldos reales se mantuvieron estables aún en este período.

Extensiones del modelo de Cagan
Asilis, Honohan y McNelis (1993) presentan un estudio de la hiperinflación de Bolivia, donde la demanda de dinero es explicado por la inflación, el grado de incertidumbre y un rezago de la variable dependiente.
Desde 1956, el estudio formal de las hiperinflaciones ha ido en diferentes direcciones:
- Teoría de las expectativas racionales. (Sargent y Wallace)
- Inflación como impuesto. (Bailey) esto lleva al énfasis de factores fiscales en lugar de monetarios en el tratamiento de las hiperinflaciones.
- Enfatizando los cambios de la credibilidad de la política, preferentemente incluyendo cambios legales e institucionales.
- Desarrollo de la metodología de teoría juegos hace posible analizar el concepto de credibilidad.

La mayoría del tiempo, en la mayoría de países, la inflación es baja y la inflación baja es estable.

Friedman (1963): "la inflación es siempre y en cualquier lugar un fenómeno monetario"
Existe alta correlación entre inflación y crecimiento de la cantidad de dinero (¿pero cuál es la causalidad?), tanto en el corto como en el largo plazo. A pesar de que la relación no sea 1 (sino 1,115 para 94 países) es obvio que la inflación se detendrá si se detiene el incremento de dinero.
Lawrence Ball amplia el modelo de Cagan incorporando una restricción presupuestaria para el gobierno, una curva de Phillips, y una ecuación de gasto agregado.

2. Modelo de la Curva de Phillips

W. Phillips (1958) presenta un diagrama donde muestra una relación negativa entre la inflación (salarial) y el desempleo para el Reino Unido desde 1861 a 1957, Samuelson y Solow (1960) presentan la versión de la curva de Phillips para la economía norteamericana de 1900 a 1960.

$$\frac{\dot{W}_t}{W_t} = f^{-1}(u_t); \quad \Rightarrow \quad u_t = f\left(\frac{\dot{W}_t}{W_t}\right) \qquad \ldots(1)$$

$$f_w < 0$$

Phillips presenta la relación entre el desempleo u_t y la variación de salarios, esta variación de salarios pude aproximar la inflación si tenemos en cuenta que los precios se forman como un porcentaje constante del salario z, que representa el margen de ganancia y es constante.

$$P_t = aW_t(1+z) \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{P}_t}{P_t} = \frac{\dot{W}_t}{W_t} \qquad \ldots(2)$$

Luego en (1)

$$u_t = f\left(\frac{\dot{P}_t}{P_t}\right) = f(\pi_t) \qquad \ldots(3)$$

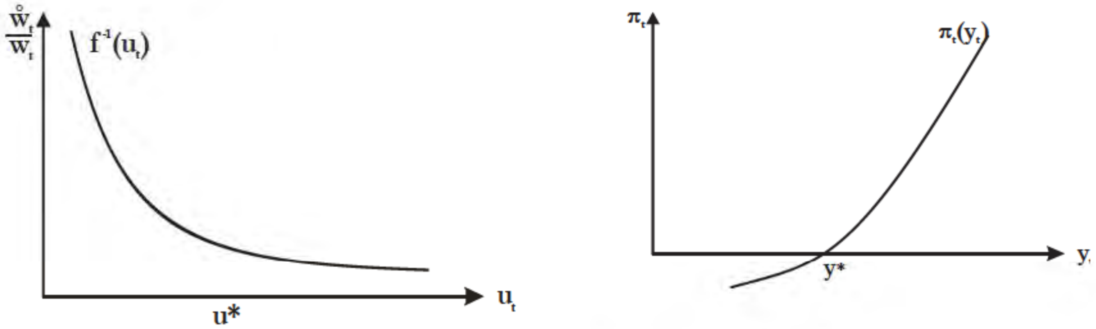
Si definimos el desempleo como la cantidad de trabajo que falta para llegar a la tasa natural y usando una aproximación lineal, donde N_t representa el nivel de empleo y $\overline{N}_t$ el nivel de pleno empleo.

$$\pi_t = \varepsilon_1\left(\frac{N_t - \overline{N}}{N_t}\right) \qquad \ldots(4)$$

Utilizando la Ley de Okun.

$$\pi_t = \varepsilon_2\left(\frac{Y_t - \overline{Y}}{Y_t}\right) \qquad \ldots(5)$$

La ecuación (5) es una curva de oferta keynesiana, que supone que se puede sacrificar bienestar (inflación) por crecimiento.



El modelo

$$LnP_t = a_0 + a_1 LnM_t + a_2\pi_t - a_3 LnN_t \qquad \ldots(6)$$

$$\frac{\dot{W}_t}{W_t} = a_4(LnN_t - Ln\overline{N}\ ) \qquad \ldots(7)$$

$$LnW_t = LnP_t + Lna + (a-1)LnN_t \qquad \ldots(8)$$

La ecuación (6) representa la demanda agregada de la economía, la relación (7) sintetiza la curva de Phillips y la ecuación (8) indica que el salario es igual a la productividad del factor trabajo. Se debe notar que tanto para la ecuación (6) como (8) se parte de una función de producción $Y_t = N_t^a$. Para la ecuación (6) se asume que la oferta es igual a la demanda y se toma logaritmos; en el otro caso se encuentra la productividad del trabajo y se le igual al salario real.

Reduciendo el modelo a dos ecuaciones con 2 variables; de (8)

$$LnN_t = \frac{1}{a-1}(LnW_t - LnP_t - Lna) \quad \ldots(8)'$$

Reemplazando (8)' en (6) y teniendo en cuenta que $\pi_t = \frac{\partial LnP_t}{\partial t} = \frac{\dot{P}_t}{P_t}$:

$$\frac{\dot{P}_t}{P_t} = \left(\frac{1}{a_2} + \frac{a_3}{a_2(1-a)}\right)LnP_t - \frac{a_3}{a_2(1-a)}LnW_t - \frac{a_0}{a_2} - \frac{a_1}{a_2}LnM_t + \frac{a_3}{a_2(1-a)}Lna \ldots(9)$$

Reemplazando (8)' en (7):

$$\frac{\dot{W}_t}{W_t} = \frac{a_4}{1-a}LnP_t - \frac{a_4}{1-a}LnW_t + \frac{a_4}{1-a}Lna - a_4 Ln\overline{N} \quad \ldots(10)$$

En términos matriciales:

$$\begin{bmatrix} \overset{o}{LnP_t} \\ \\ \overset{o}{LnW_t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_2} + \frac{a_3}{a_2(1-a)} & -\frac{a_3}{a_2(1-a)} \\ \\ \frac{a_4}{1-a} & \frac{a_4}{1-a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} LnP_t \\ \\ LnW_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{a_0}{a_2} - \frac{a_1}{a_2}LnM_t + \frac{a_3}{a_2(1-a)}Lna \\ \\ \frac{a_4}{1-a}Lna - a_4 Ln\overline{N} \end{bmatrix}$$

Teniendo en cuenta que la cantidad de dinero es exógena, (9) y (10) pueden resolverse de manera sencilla, sin embargo solo analizaremos el comportamiento alrededor del estado estacionario.

El valor de las variables en estado estacionario puede ser calculado de las ecuaciones estructurales del modelo o del modelo reducido:

(i) $LnN^* = Ln\overline{N} \quad \Rightarrow \quad Y^* = \overline{N}^a$

(ii) $LnP^* = a_0 + a_1 LnM - a_3 Ln\overline{N}$

(iii) $LnW^* = a_0 + a_1 LnM + (a - 1 - a_3) Ln\overline{N} + Lna$

Para analizar la estabilidad del sistema, se evalúan las raíces del sistema:

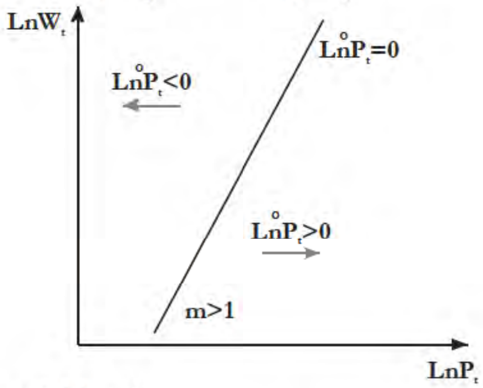
$$Traz(A) = \lambda_1 + \lambda_2 = \frac{1}{a_2} + \frac{a_3}{a_2(1-a)} + \frac{a_4}{1-a}$$

$$Det(A) = \lambda_1 \lambda_2 = -\frac{a_4}{a_2(1-a)}$$

El producto de las raíces indica que existe una raíz positiva y otra negativa, el gráfico del modelo es un punto de ensilladura. El próximo paso es esbozar el diagrama fase.

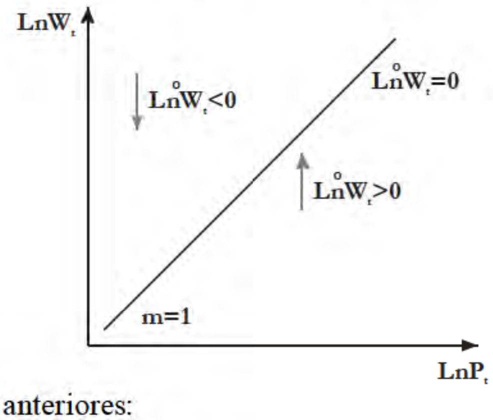
Los precios se mantendrán estables si:

$$\frac{\dot{P}_t}{P_t} = 0 \Rightarrow LnW_t = \left(1 + \frac{a_2(1-a)}{a_3}\right) LnP_t + \frac{(1-a)}{a_3}\left(-a_0 - a_1 LnM + \frac{a_3}{(1-a)} Lna\right) \ldots(11)$$

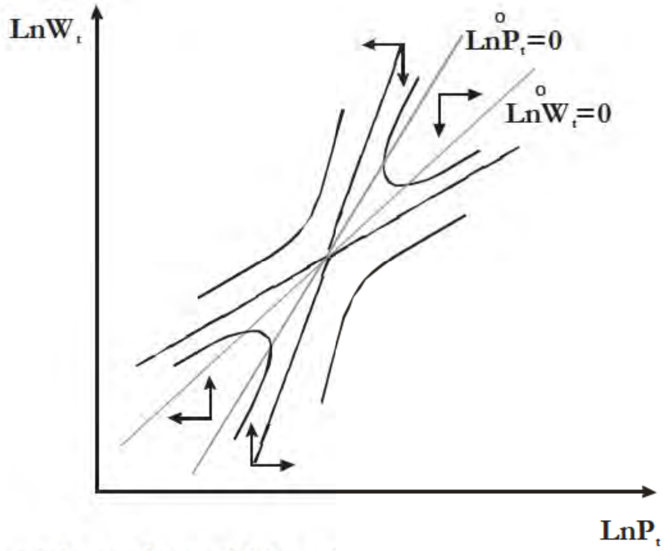


Los salarios se mantendrán estables si:

$$\frac{\dot{W}_t}{W_t} = 0 \Rightarrow LnW_t = LnP_t + Lna - (1-a) Ln\overline{N} \quad \ldots(12)$$



Juntando los dos gráficos anteriores:



¿Qué ocurre en el modelo con las variables relevantes si aumenta la cantidad de dinero? En el largo plazo (estática comparativa).

(i) $\dfrac{\partial LnY^*}{\partial LnM}=0$

(ii) $\dfrac{\partial LnN^*}{\partial LnM}=0$

(iii) $\dfrac{\partial LnP^*}{\partial LnM}=a_1$

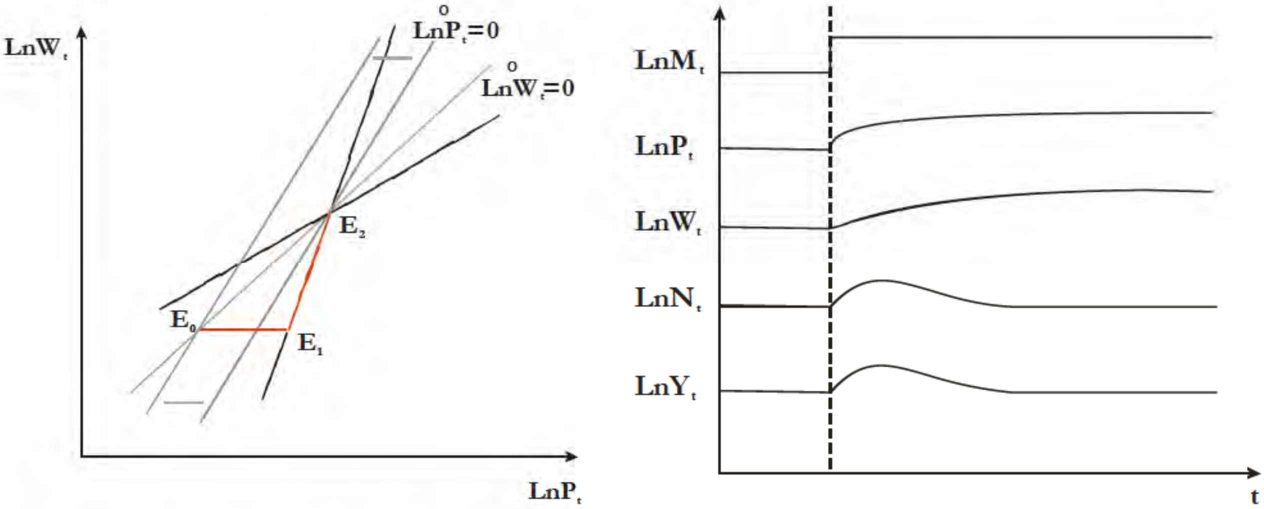
(iv) $\dfrac{\partial LnW^*}{\partial LnM}=a_1$

Ahora ¿qué ocurre en el transcurso al estado estacionario?, ¿Cuál es la dinámica de las variables ante este incremento?

De (11) y (12) se muestra que para llegar al nuevo equilibrio, sólo la curva $\dfrac{\dot{P}_t}{P_t}=0$ se mueve para abajo (o a la derecha), sin embargo el movimiento de las variables no es sobre la curva $\dfrac{\dot{W}_t}{W_t}=0$, sino el diagrama fase nos mostrará como se llega al nuevo equilibrio.

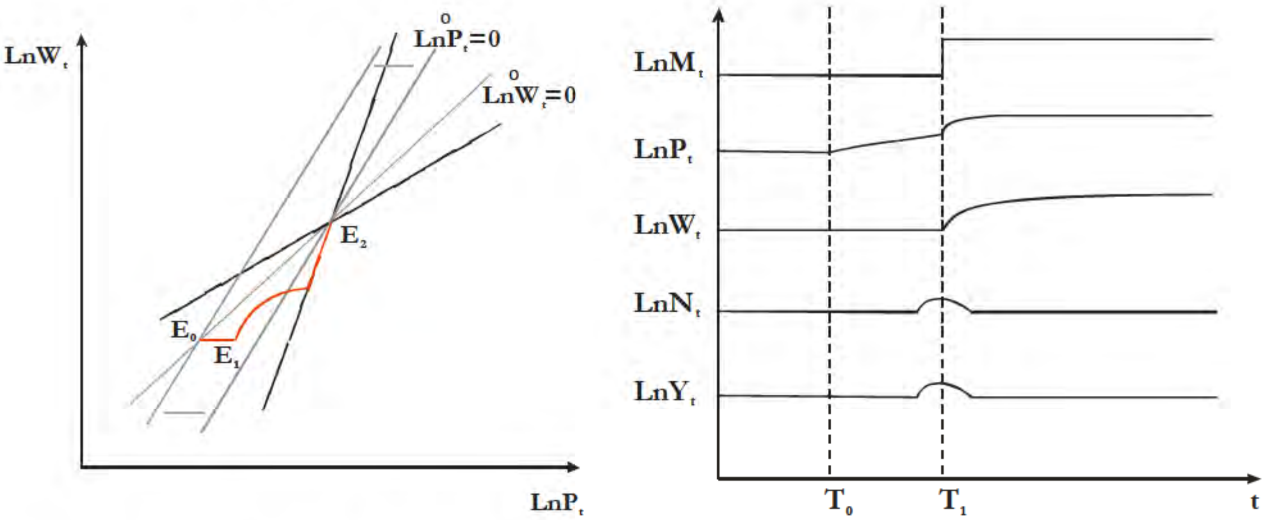
Los precios, que en este modelo se considera *variable no histórica*[2], se ajustarán más rápido que los salarios que es la *variable histórica*[3].

[2] La variable no histórica es la variable que es más volátil o que se ajusta con mayor facilidad.
[3] La variable histórica tiene cierto rezago en su reacción frente a cambios de política o shocks de la economía, en este modelo es explicado por las rigideces que presentan los salarios frente a los precios.



El gráfico anteriores da en un contexto donde la política monetaria es no anticipada (sorprende a los agentes) y es permanente.

Ahora qué ocurre si la política es anticipada por los agentes, ya sea porque el gobierno anuncia la política que va a seguir o que los agentes se dan cuenta de la política del ente emisor. En T_0, el BCR anuncia que en el período T_1 incrementará la cantidad de dinero, entonces los productores que puedan ajustar los precios lo harán (para cubrir precios de contratos de compras futuros), luego cuando los trabajadores perciban el cambio en los precios tratarán de renegociar sus salarios, sin embargo esto lo harán con mayor rezago que los precios. El empleo y el producto aumentarán menos que en el caso anterior, o probablemente no se muevan.



Entonces que ocurre con una política monetaria expansiva transitoria (anticipada y no anticipada)

La dinámica de una inflación alta

Lawrence Ball amplia el modelo de Cagan. Su modelo incorpora cuatro ecuaciones 2 de ellas basadas en el modelo de Cagan, la otra es una versión de la curva de Phillips y finalmente se tiene una ecuación similar a la IS.

$$G = \sigma m \qquad \ldots(1)$$
$$m = h(r+\pi) \qquad h' < 0 \quad \ldots(2)$$
$$\dot{\pi} = \alpha y \qquad \alpha > 0 \quad \ldots(3)$$
$$y = G - \pi m + I(r) \qquad I' < 0 \quad \ldots(4)$$

La ecuación (1) representa el gasto real del gobierno que es financiado con señoreaje, donde $\sigma = \dot{M}/M$ y $m = M/P$.

La ecuación (2) donde los saldos reales dependen negativamente de la tasa nominal de interés, r es tasa real de interés y π la tasa de inflación.

En la ecuación (3) se asume que la inflación es inercial, donde y es el porcentaje de desviación del producto con respecto a su nivel natural. Esta ecuación representa que los precios son fijos.

La ecuación (4) es la ecuación de demanda agregada, donde I es la desviación de la inversión con respecto a su nivel de largo plazo, πm son los impuestos que en este caso viene a ser el impuesto de la inflación que al igual que los impuestos sobre los ingresos reduce el gasto privado. De esta ecuación se puede observar que el gasto agregado (y) depende de la brecha entre el señoreaje G y el impuesto de la inflación.

El modelo tiene dos variables de estado, π y m, diferenciando m se obtiene que:

$$\dot{m} = G - \pi m \qquad \ldots(5)$$

De (5) los saldos reales aumentarán cuando el gasto del gobierno (señoreaje) sea mayor que el impuesto de la inflación.

Para determinar la dinámica de π, se reemplaza (4) en (3) y de la ecuación (2) se puede observar que r se puede definir en función de π y m, entonces se obtiene:

$$\dot{\pi} = \alpha\big(G - \pi m + I(\pi, m)\big) \qquad I_\pi, I_m > 0 \ldots(6)$$

En el estado estacionario $\dot{\pi}$ y $\dot{m}$ son iguales a 0, de manera que en el estado estacionario la tasa de interés real se calcula a partir de $I(r^*) = 0$

Ahora sustituyendo (2) en (1) se tiene

$$G = \pi h(r^* + \pi) \qquad \ldots(7)$$

La ecuación (7) define el estado estacionario de la inflación, y es la misma condición de estado estacionario que plantea Cagan para la inflación.

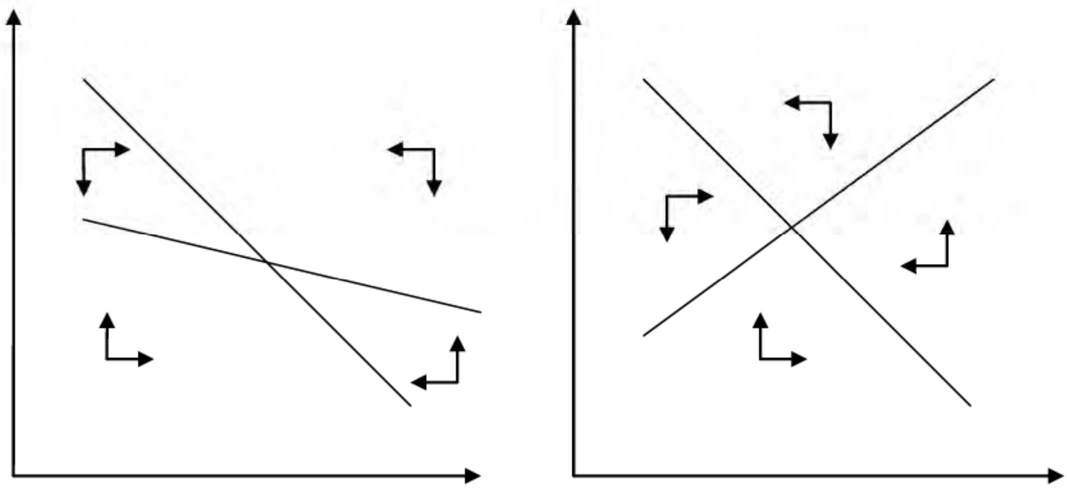
Si G es menor al valor máximo de la expresión (7) entonces existen 2 estados estacionarios, si es mayor no existe estado estacionario. Para el primer caso con una inflación alta el estado estacionario es inestable, por lo tanto se analizará el estado estacionario con una inflación baja.

De $\dot{m} = 0$ se define una relación inversa entre π y m, $\dot{\pi} = 0$ define una relación con pendiente:

$$\left.\frac{\partial \pi}{\partial m}\right|_{\dot{\pi}=0} = \frac{\pi - I_m}{I_\pi - m} \quad \ldots (8)$$

Se asume que el denominador de (8) es negativo y se puede demostrar que es igual a $\partial y/\partial \pi$ que es el efecto de la inflación sobre el gasto agregado para unos saldos reales dados. Por otro lado el numerador de (8) es igual a $-\partial y/\partial m$ que viene a ser el efecto de los saldos reales sobre el producto lo cual es ambiguo ya que un mayor nivel de m, como una mayor π, elevan el impuesto de la inflación pero también elevan la inversión. En realidad el efecto neto no se puede medir, entonces se considera ambos casos:
Cuando $\pi - I_m > 0$ las curvas $\dot{\pi}$ y $\dot{m}$ tienen pendiente negativa y cuando es menor a cero $\dot{\pi}$ tiene pendiente positiva. En ambos casos el estado estacionario es estable.

Gráfico



Lawrence también analiza los efectos de un shock negativo en el gasto y en la inflación. Una disminución del gasto implica una reducción de la inflación en el estado estacionario. Ambas curvas se desplazan hacia abajo y el resultado es un mayor nivel de m y más baja inflación. La transición hacia el nuevo estado estacionario es similar en el caso de que la pendientes de $\dot{\pi}$ sea positiva o negativa, pero esto podría ocurrir a través de una espiral. Pero se analizará el caso sin una trayectoria espiral. La inflación disminuye lentamente por otro lado los saldos reales primeros decrecen y luego crecen; decrecen por la reducción de G. El resultado de una caída en la inflación durante la transición significa que el producto está por debajo de su nivel natural, entonces la estabilización causa recesión y a la vez la tasa de interés excede el nivel de largo plazo ($r > r^*$). Sin embargo después que la línea cruza la curva $\dot{m} = 0$, $G - \pi m$ es positivo: el decrecimiento del impuesto de la inflación es compensado por el corte en el gasto. Por otro lado el menor π y m elevan el interés real y reduce la inversión.

Como se observa este método de estabilización causan recesión, fue el caso de Chile (1974-77), la inflación pasó de 498% en 1974 a 50% en 1978, sin embargo esta reducción fue acompañada por una profunda recesión, el tipo de interés real se elevó por encima del 50%. Finalmente M2 cayó de 12% del PBI en 1973 a 7% en 1974, y luego creció para el resto de los 70s.

Gráfico

El otro shock viene a ser un salto descendente en la inflación lo cual puede ser interpretado como intervención directa en los precios fijos que rompe la inflación inercial. Fue el caso de Brasil (1986), que mediante el control de salarios y precios se redujo la inflación anual de 420% a 9%, el déficit permaneció casi constante y logró una tasa de crecimiento del 13%.

Como el shock no afecta los fundamentos del modelo, la economía retorna a su nivel inicial de estado estacionario. Para el caso de una transición sin espiral, la inflación crece firmemente hasta alcanzar el nivel de estado estacionario, los saldos reales crecen temporalmente porque la inflación cae por debajo del crecimiento de la cantidad del dinero. El producto excede su nivel de largo plazo a lo largo de la transición, debido a la reducción temporal en el impuesto inflación. Finalmente la tasa de interés real sigue un camino complejo: este crece cuando la inflación desciende, cae cuando π y m crece, eventualmente cae debajo de su nivel de largo plazo, y luego empieza a crecer otra vez.

Gráfico

Reformulación de Friedman y Phelps

Friedman y Phelps (1968) observan que existe un problema importante en la formulación original de la curva de Phillips, porque lo que reacciona negativamente al desempleo no es salario nominal sino el salario real. Es decir, la relación (1) se convierte en

$$\frac{\overset{o}{(W_t / P_t)}}{W_t / P_t} = f^{-1}(u_t); \quad \Rightarrow \quad u_t = f\left(\frac{\overset{o}{(W_t / P_t)}}{W_t / P_t}\right) \qquad \ldots(13)$$

Sin embargo como los trabajadores no conocen el nivel de precios del período al realizarse los contratos de trabajo, ellos formarán expectativas del nivel del precio.

$$\frac{\overset{o}{(W_t / P_t^e)}}{W_t / P_t^e} = f^{-1}(u_t); \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{W}_t}{W_t} = f^{-1}(u_t) + \frac{\dot{P}_t^e}{P_t^e}$$

$$\frac{\dot{W}_t}{W_t} = f^{-1}(u_t) + \pi_t^e \qquad \ldots(14)$$

¿Cómo modelar π_t^e?, se pueden utilizar expectativas estáticas, adaptativas y racionales.

Construimos el modelo utilizando expectativas adaptativas:

$$\frac{\dot{W}_t}{W_t} = a - bu_t + \pi_t^e \qquad \ldots(15)$$

$$\dot{\pi}_t^e = \gamma(\pi_t - \pi_t^e) \qquad \ldots(16)$$

$$LnP_t = \alpha + \beta LnM_t + \delta\pi_t^e + \theta\, u_t \qquad \ldots(17)$$

$$LnP_t = LnW_t + z \qquad \ldots(18)$$

Las dos primeras ecuaciones representan el bloque de oferta agregada y las dos últimas, la demanda agregada. Para resolver el modelo, partimos de la ecuación (18) y la derivamos:

$$\frac{\dot{P}_t}{P_t} = \frac{\dot{W}_t}{W_t} \quad ó \quad \pi_t = \frac{\dot{W}_t}{W_t} \qquad \ldots(19)$$

Reemplazando (19) en (15), y luego en (16)

$$\pi_t - \pi_t^e = a - bu_t \qquad \ldots(20)$$

$$\dot{\pi}_t^e = \gamma(a - bu_t) \qquad \ldots(21)$$

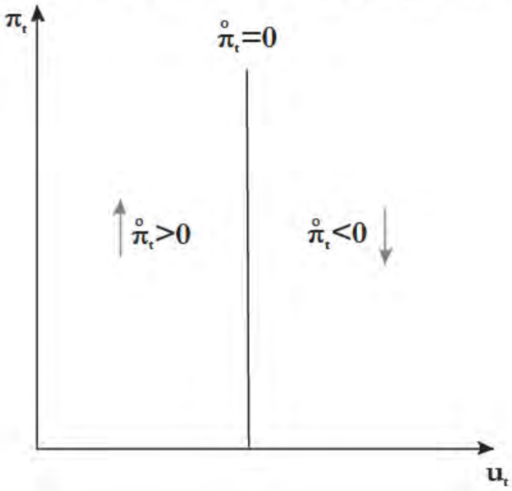
Derivando (17), y teniendo en cuenta que la variación de la cantidad de dinero es m_t.

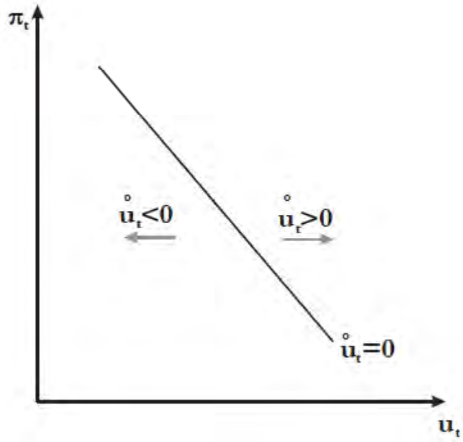
$$\pi_t = \beta m_t + \delta\dot{\pi}_t^e + \theta\,\dot{u}_t \qquad \ldots(22)$$

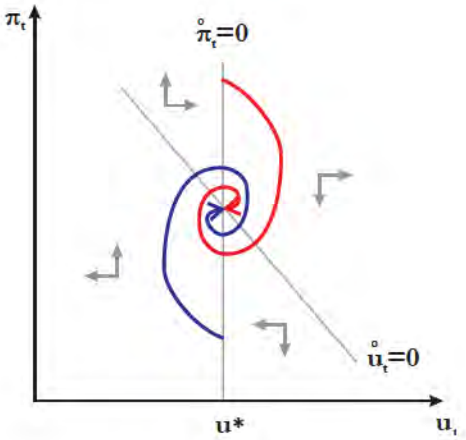
Reemplazando (21) en (22)

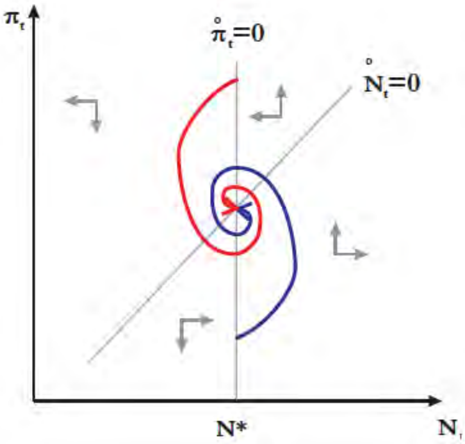
$$\dot{u}_t = \frac{1}{\theta}\left[\pi_t - \beta m_t - \delta\gamma(a - bu_t)\right] \qquad \ldots(23)$$

El sistema conformado por (21) y (23) es estable para $\delta < 0$



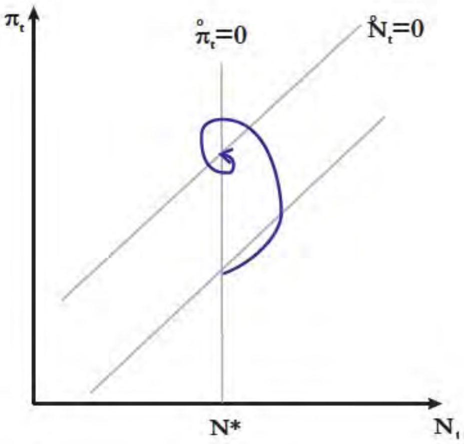


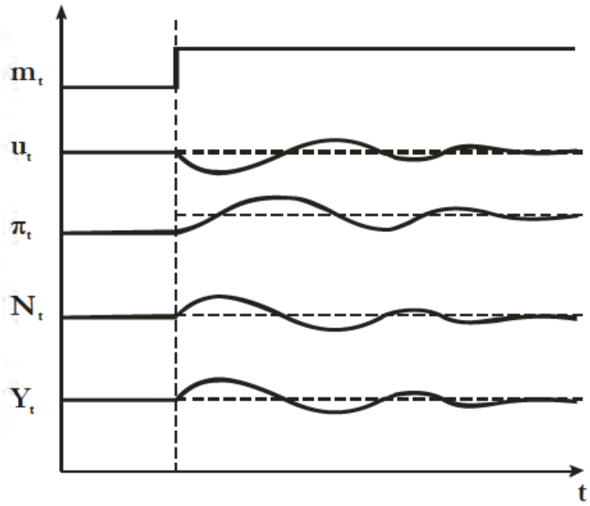




Por otro lado, teniendo en cuenta que $u_t = \phi\left(\frac{\overline{N} - N_t}{\overline{N}}\right)$, podemos graficar un diagrama fase (como se muestra en la figura anterior)

¿Qué ocurre ante un incremento de la tasa de crecimiento del dinero m_t?, en este caso sólo se traslada la curva $\dot{N}_t = \dot{u}_t = 0$, hacia arriba (o a la izquierda).





3. Modelo de Mundell-Fleming

El modelo Mundell-Fleming es una extensión del modelo IS-LM para una economía abierta, utilizado generalmente para el análisis de políticas por el lado de la demanda agregada. En este modelo debe tenerse en cuenta 3 aspectos o variantes del modelo:

i) Régimen cambiario: fijo o flotante.
ii) Movilidad de capitales: perfecta, imperfecta o nula.
iii) Expectativas del tipo de cambio: estáticas, adaptativas o racionales.

El modelo se basa en el principio de un equilibrio interno (IS-LM) y externo (mercado de capitales). También se considera el rol del tipo de cambio en una economía abierta $R = e\frac{P^{RM}}{P}$.

IS: $Y = C(Y-T) + I(r) + G + XN(Y, Y^{RM}, R)$ …(24)

LM: $\frac{M}{P} = L(r, Y)$ …(25)

BP: $r = r^{RM}$ …(26)

Efectividad de la Política Fiscal en un esquema de tipo de cambio fijo

En la IS:

$$\frac{\partial Y}{\partial G} = C_Y \frac{\partial Y}{\partial G} + 1 + XN_Y \frac{\partial Y}{\partial G}, \text{ donde } C_Y > 0 \text{ y } XN_Y < 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{1}{1 - C_Y - XN_Y} \qquad \text{(A.1)}$$

En la LM:

$$\frac{1}{P}\frac{\partial M}{\partial G} = L_Y \frac{\partial Y}{\partial G} + L_r \frac{\partial r}{\partial G}\text{, donde } L_Y > 0 \text{ y } L_r < 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial G} = PL_Y \frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{PL_Y}{1 - C_Y - XN_Y} \qquad \text{(A.2)}$$

Ante un aumento del gasto, el producto (demandado) aumenta porque existe una mayor demanda en el mercado de bienes (A.1), este traslado de la IS aumenta la tasa de interés y se por ende una entrada de capitales esto a su vez genera presión para la revaluación de la moneda, el BCR tiene la obligación de mantener el tipo de cambio fijo, por lo que reaccionará ante esta presión incrementando la cantidad de dinero, esto a su vez impulsará el aumento del producto (demandado). La política fiscal es efectiva.

Efectividad de la Política Monetaria en un esquema de tipo de cambio fijo

En la LM:

$$\frac{1}{P} = L_Y \frac{\partial Y}{\partial M} + L_r \frac{\partial r}{\partial M}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial M} = \frac{P}{L_Y} \qquad \text{(B.1)}$$

En la IS:

$$\frac{\partial Y}{\partial M} = C_Y \frac{\partial Y}{\partial M} + XN_Y \frac{\partial Y}{\partial M}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial M} = 0 \qquad \text{(B.2)}$$

Ante un aumento de la cantidad del dinero, el producto (demandado) aumenta porque existe un aumento en los saldos reales (B.1), este aumento de la cantidad de dinero generará una disminución de la tasa de interés de los activos nacionales, y por lo tanto una salida de capitales y presionara para la devaluación de la moneda nacional, el BCR reducirá la cantidad de dinero para mantener el tipo de cambio. La política monetaria es inefectiva.

Efectividad de la Política Fiscal en un esquema de tipo de cambio flexible

En la IS:

$$\frac{\partial Y}{\partial G} = C_Y \frac{\partial Y}{\partial G} + 1 + XN_Y \frac{\partial Y}{\partial G} + XN_R \frac{P^{RM}}{P}\frac{\partial e}{\partial G}\text{, donde } XN_R > 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{1}{1 - C_Y - XN_Y} \qquad \text{(C.1)}$$

En la LM: $$0 = L_Y \frac{\partial Y}{\partial G} + L_r \frac{\partial r}{\partial G}\text{, donde } L_Y > 0 \text{ y } L_r < 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial G} = 0 \qquad \text{(C.2)}$$

Ante un aumento del gasto, el producto (demandado) aumenta porque existe una mayor demanda en el mercado de bienes (C.1), este traslado de la IS aumenta la tasa de interés y se por ende una entrada de capitales esto a su vez genera la apreciación de la moneda, esto ocasionará una pérdida de competitividad del país y las exportaciones netas disminuirán hasta que la tasa de interés nacional sea similar a la internacional (C.2). La política fiscal es inefectiva.

Efectividad de la Política Monetaria en un esquema de tipo de cambio flexible
En la LM:

$$\frac{1}{P} = L_Y \frac{\partial Y}{\partial M}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial M} = \frac{1}{PL_Y} \qquad \text{(D.1)}$$

En la IS:

$$\frac{\partial Y}{\partial M} = C_Y \frac{\partial Y}{\partial M} + XN_Y \frac{\partial Y}{\partial M} + XN_R \frac{P}{P} \frac{\partial e}{\partial M}$$

$$\frac{\partial e}{\partial M} = \frac{(1 - C_Y - XN_Y)}{XN_R} \frac{\partial Y}{\partial M} = \frac{(1 - C_Y - XN_Y)}{PL_Y XN_R} \qquad \text{(D.2)}$$

El aumento de la cantidad de dinero generará una disminución de la tasa de interés de los activos nacionales (D.1), y por lo tanto una salida de capitales y la posterior depreciación de la moneda nacional, esta depreciación favorecerá la competitividad de los productos nacionales y las exportaciones netas aumentarán hasta que la tasa de interés se estabilice. El resultado de la depreciación de la moneda puede calcularse por (D.2). La política monetaria es efectiva.

Efectividad de la Política Fiscal y Monetaria en el largo plazo
El modelo Mundell-Fleming junto con la curva de Phillips representa un modelo propio de la síntesis neoclásica. El modelo visto hasta ahora era utilizado para dar recomendaciones de política y se adhiere más al punto de vista keynesiano, sin embargo qué ocurre en el largo plazo. De acuerdo a los modelos anteriores y a la noción más aceptada en economía, si aumenta la cantidad de dinero o el gasto fiscal los precios se ajustarán a largo plazo. No vale la pena analizar el uso de las políticas que resultan inefectivas en el corto plazo.

Para analizar el caso del largo plazo, partimos del nivel de pleno empleo y asumimos que este nivel de empleo es constante. En el caso del esquema de tipo de cambio fijo, el aumento del gasto fiscal (efectivo en el corto plazo) ocasionará un aumento de la demanda agregada, y esto a largo plazo generará un aumento de los precios, este aumento de los precios encarecerá los activos nacionales (disminuirá su rentabilidad real), generará salidas de capitales y presiones para la devaluación de la moneda nacional, por lo que el BCR deberá disminuir la cantidad de dinero nacional en la economía para evitar devaluar la moneda.

Si estamos en un esquema de tipo de cambio flexible y optamos por la política monetaria (efectiva en el corto plazo), esta política ocasionará un aumento de la demanda agregada e incremento en los precios de los bienes nacionales y esto apreciará el tipo de cambio real, que hará perder la competitividad de los bienes nacionales, lo que se restablecerá cuando la el producto vuelva a su estado inicial.

¿Es posible que una reducción del gasto tenga efectos expansivos?

4. Modelo de Dornbusch

El modelo de Dornbusch es la versión del modelo de Mundell-Fleming para un tipo de cambio flotante, con libre movimiento de capitales, con expectativas racionales (sin embargo utilizaremos el caso de previsión perfecta), y donde se añadirá rigideces en los precios (al menos en el corto plazo).

El modelo

El modelo presenta 4 ecuaciones el producto está en logaritmos.

IS: $y_t = a + b(Lne_t + LnP^{RM} - LnP_t) - hr_r \quad \ldots(27)$

LM: $Ln\left(\dfrac{M_t}{P_t}\right) = ky_t - gr_t \quad \ldots(28)$

CP: $\dfrac{\dot{P}_t}{P_t} = f(y_t - \bar{y}) \quad \ldots(29)$

PINC: $r_t = r^{RM} + \dfrac{\dot{e}_t}{e_t} \quad \ldots(30)$

Los parámetros $a,\ b,\ h,\ k,\ g,\ f$ son positivos. La variable no histórica es el tipo de cambio, que se ajustará de manera rápida, es lógico asumir que el tipo de cambio sea la variable que se ajuste más rápido porque se espera que el mercado cambiario reaccione con mayor rapidez que los otros mercados considerados en el modelo.

De (28)

$$r_t = \frac{1}{g}\left(ky_t - LnM_t + LnP_t\right) \quad \ldots(31)$$

En (27)

$$y_t = a + b\left(Lne_t + LnP^{RM} - LnP_t\right) - \frac{h}{g}\left(ky_t - LnM_t + LnP_t\right)$$

$$y_t = \frac{bg}{g+hk}Lne_t - \frac{bg+h}{g+hk}LnP_t + \frac{bg}{g+hk}LnP^{RM} + \frac{ag}{g+hk} + \frac{h}{g+hk}LnM_t \ldots(32)$$

(32) en (29)

$$\frac{\dot{P}_t}{P_t} = \frac{bfg}{g+hk}Lne_t - \frac{f(bg+h)}{g+hk}LnP_t + \frac{fh}{g+hk}LnM_t + \frac{bfg}{g+hk}LnP^{RM} + \frac{afg}{g+hk} - f\,\bar{y}$$
$\ldots(33)$

Por otro lado (31) en (30)

$$\frac{\dot{e}_t}{e_t} = \frac{1}{g}\left(ky_t - LnM_t + LnP_t\right) - r^{RM} \quad \ldots(34)$$

y luego (32) en (34)

$$\frac{\dot{e}_t}{e_t} = \frac{bk}{g+hk}Lne_t + \frac{1-bk}{g+hk}LnP_t - \frac{1}{g+hk}LnM_t + \frac{bk}{g+hk}LnP^{RM} + \frac{ak}{g+hk} - r^{RM}$$
$\ldots(35)$

El sistema de ecuaciones formado por (33) y (35) representa el modelo reducido. El primer paso será analizar el estado estacionario, se puede partir del modelo estructural o del modelo reducido y se obtienen los mismos resultados.

$$y^* = \bar{y}$$

$$r^* = r^{RM}$$

$$LnP^* = LnM - k\bar{y} + gr^{RM}$$

$$Lne^* = LnM - \left(k + \frac{1}{b}\right)\bar{y} + \left(g + \frac{h}{b}\right)r^{RM} - LnP^{RM} - \frac{a}{b}$$

¿Son estables las variables en estado estacionario?, analizando las raíces en estado estacionario encontramos:

$$Traz(A) = \lambda_1 + \lambda_2 = \frac{bk - f(bg + h)}{g + hk}$$

$$Det(A) = \lambda_1 \lambda_2 = -\frac{bf}{g + hk} < 0$$

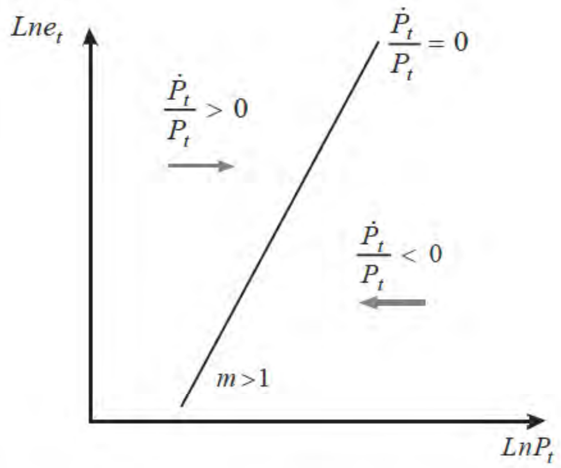
El producto de las raíces es negativo, por lo que una raíz será negativa y la otra positiva. El siguiente paso es analizar el comportamiento de las variables del estado estacionario, y se hace necesario esbozar el diagrama fase del modelo reducido. En el caso de los precios, estos se mantendrán estables cuando su variación sea cero, y eso se da de acuerdo a (33) en:

$$\frac{\dot{P}_t}{P_t} = 0 \;\;\Rightarrow\;\; Lne_t = \frac{bg + h}{bg} LnP_t - \frac{h}{bg} LnM_t - LnP^{RM} - \frac{a}{b} + \frac{g + hk}{bg}\bar{y}$$

Por otro lado, usando (33) nuevamente encontraremos:

$$\frac{\partial\left(\frac{\dot{P}_t}{P_t}\right)}{\partial Lne_t} = \frac{bfg}{g + hk} > 0$$

$$\frac{\partial\left(\frac{\dot{P}_t}{P_t}\right)}{\partial LnP_t} = -\frac{f(bg + h)}{g + hk} < 0$$



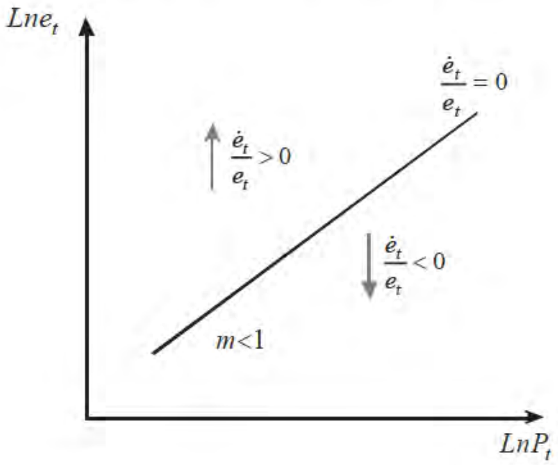
Para el caso del tipo de cambio utilizaremos el mismo procedimiento, entonces el tipo de cambio se mantendrá estable cuando su movimiento sea nulo, utilizando (35), tenemos:

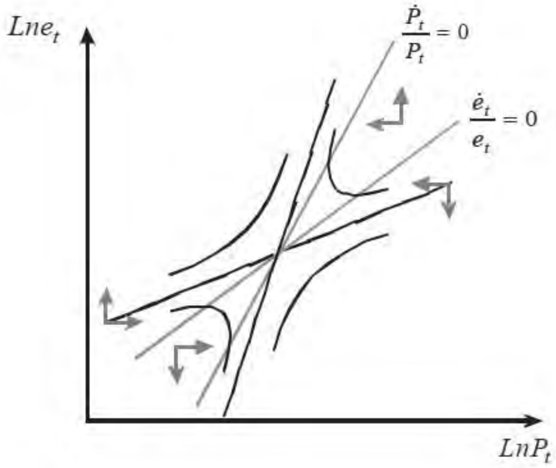
$$\frac{\dot{e}_t}{e_t} = 0 \;\;\Rightarrow\;\; Lne_t = \left(1 - \frac{1}{bk}\right)LnP_t + \frac{1}{bk} LnM_t - LnP^{RM} - \frac{a}{b} + \frac{g + hk}{bk} r^{RM}$$

La pendiente dependerá de los valores que tome bk, se presentan dos casos:

<u>Caso 1:</u> $bk > 1$
Pendiente positiva y menor a 1

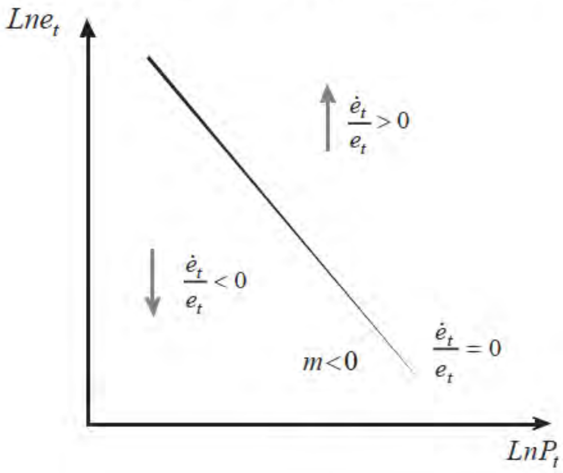
$$\frac{\partial\left(\frac{\dot{e}_t}{e_t}\right)}{\partial Lne_t} = \frac{bk}{g+hk} > 0\ ; \quad \frac{\partial\left(\frac{\dot{e}_t}{e_t}\right)}{\partial LnP_t} = \frac{1-bk}{g+hk} < 0$$

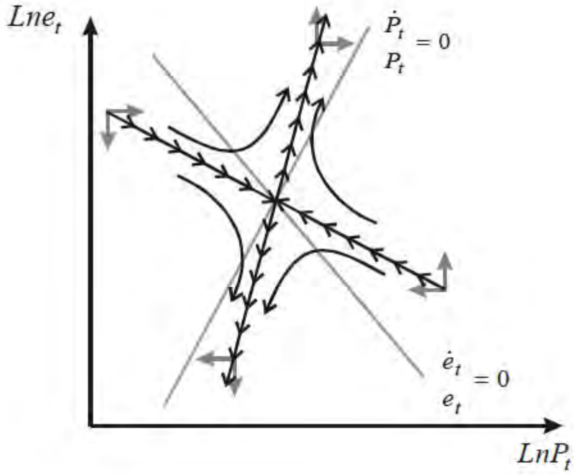




<u>Caso 2:</u> $bk < 1$
Pendiente negativa

$$\frac{\partial\left(\frac{\dot{e}_t}{e_t}\right)}{\partial Lne_t} = \frac{bk}{g+hk} > 0\ ; \quad \frac{\partial\left(\frac{\dot{e}_t}{e_t}\right)}{\partial LnP_t} = \frac{1-bk}{g+hk} > 0$$





Ahora ¿qué ocurre con una política monetaria expansiva no anticipada?, en el largo plazo, utilizaremos los resultados de estado estacionario:

$$\frac{\partial y^*}{\partial LnM} = 0$$

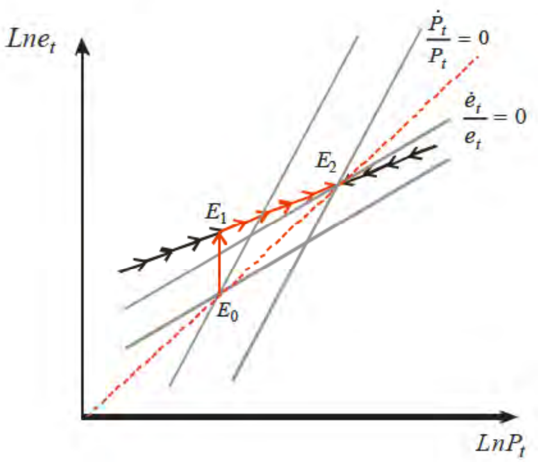
$$\frac{\partial r^*}{\partial LnM} = 0$$

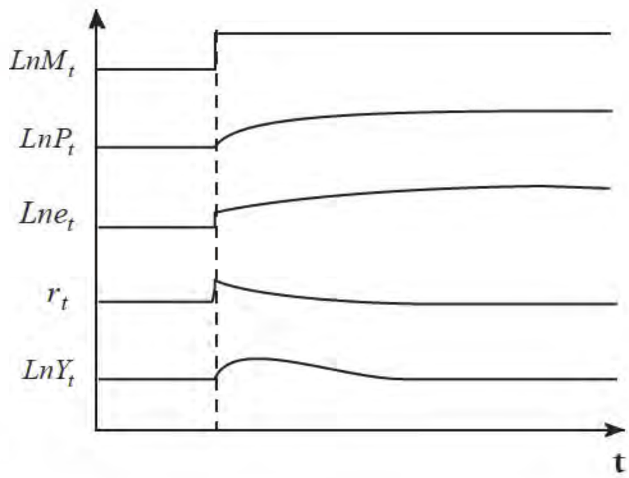
$$\frac{\partial LnP^*}{\partial LnM} = 1$$

$$\frac{\partial Lne^*}{\partial LnM} = 1$$

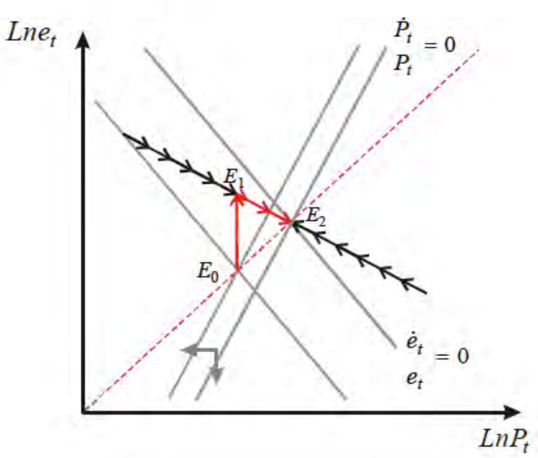
A largo plazo el modelo tiene características clásicas, donde el dinero afecta solo a los precios y no al producto. El transcurso al nuevo estado estacionario se verá por:

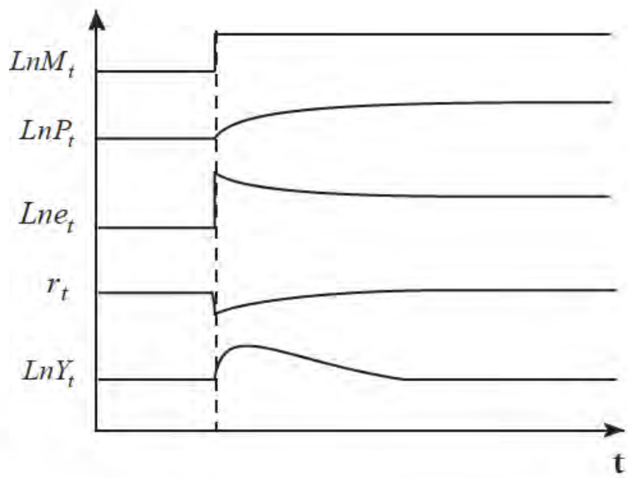
Caso 1: $bk > 1$





Caso 2: $bk < 1$





La sobrerreacción del tipo de cambio

El segundo caso del ejemplo anterior (incremento de la cantidad de dinero) es conocido como sobrerreacción del tipo de cambio (*overshooting*). Ante un aumento de la cantidad de dinero, el tipo de cambio se deprecia más que su nivel de largo plazo y luego el tipo de cambio empieza a apreciarse hasta llegar a su nivel de estado estacionario.

La explicación que se da a este incremento se debe en parte a que la falta de ajuste (rigidez) de los precios y esta es transferida al tipo de cambio (que sobrerreaccionan), por otro lado a la mayor volatilidad observada en el tipo de cambio frente a los precios en un esquema de tipo de cambio flotante.

Otro aspecto a notar es que el efecto de la política monetaria ante la presencia de *overshooting* es mayor que cuando no la existe, y además el comportamiento de la tasa de interés es diferente en ambos casos.

El modelo del Overshooting de Dornbusch después de 20 años por Kennet Rogoff

El modelo

Paridad descubierta de la tasa de interés

$$i_{t+1} = i^* + E(e_{t+1} - e_t) \qquad \ldots(1)$$

Esta ecuación quiere decir que la tasa de interés de los bonos i, debe ser igual a la tasa de interés internacional i^*, más la esperanza de la depreciación del tipo de cambio $E(e_{t+1} - e_t)$. Se asume previsión perfecta, no hay incertidumbre.

La demanda de dinero

$$m_t - p_t = -\eta i_{t+1} + \phi y_t \qquad \ldots(2)$$

Donde m es la oferta de dinero, p es el nivel de precios nacional e y el producto nacional. Los parámetros η y ϕ son positivos.

¿Cómo ocurre el overshooting?, Supuestos: primero p no se mueve instantáneamente ante perturbaciones monetarias no anticipadas, segundo que y es exógeno y por último la cantidad de dinero es neutral en el largo plazo, así que un permanente crecimiento en m se manifiesta en un incremento proporcional en el e y p en el largo plazo.

Un incremento inesperado y permanente en m, p es fijo temporalmente por lo tanto la oferta de dinero crece, entonces para que la demanda y oferta se equilibren y como y es exógeno, la tasa de interés debe caer. De acuerdo con (1), una caída de i es posible solo si existe una expectativa de apreciación de la moneda. Pero cómo es posible si se sabe que un aumento en m en el largo plazo debe ir acompañando por una depreciación en el tipo de cambio. La respuesta de Dornbusch plantea que la inicial depreciación del tipo de cambio deja espacio para una apreciación necesaria para limpiar el mercado de bonos y de dinero. El tipo de cambio tiene que sobrereaccionar.

Demanda agregada

$$y_t^d = \bar{y} + \delta(e_t + p^* - p_t - \bar{q}) \quad \delta > 0 \quad \ldots(3)$$

Según el suposición Keynesiana, los precios nacionales no pueden ajustarse inmediatamente, como consecuencia la demanda agregada y_t^d puede desviarse temporalmente de su nivel natural $\bar{y}$. Donde $\bar{q}$ es tipo de cambio real de equilibrio, el cual se mantendrá fijo, además se adoptará una variante de Dornbusch, en el cual el producto será endógeno y la demanda determinada. Por otro lado se puede reemplazar $E(e_{t+1} - e_t)$ por $(e_{t+1} - e_t)$

Ajuste de precios fijos

$$p_{t+1} - p_t = \psi\left(y_t^d - \bar{y}\right) + e_{t+1} - e_t \quad \psi > 0 \qquad \ldots (4)$$

El ajuste de precios se dará en repuesta a una expectativa futura de movimientos en el tipo de cambio.

Para resolver el modelo reduciremos a solo 2 ecuaciones. Para esto definiremos al tipo de cambio real como:

Tipo de cambio real

$$q \equiv e + p^* - p,$$

De la ecuación (4), se puede llegar a la siguiente expresión:

Ajuste del tipo de cambio real

$$\Delta q_{t+1} = q_{t+1} - q_t = -\psi\delta(q_t - \bar{q}) \qquad \ldots(5)$$

La siguiente ecuación se puede obtener de las ecuaciones (1), (2) y del tipo de cambio real.

Ajuste del tipo de cambio nominal

$$m_t - e_t + q_t = -\eta(e_{t+1} - e_t) + \phi\delta(q_t - \bar{q}) \qquad \ldots (6)$$

Gráfico

Asumiendo $\phi\delta < 1$

Como los precios no se ajustan inmediatamente en respuesta a los shocks, la economía no necesariamente estará en el equilibrio de largo plazo, dado por la intersección de las dos curvas, pero si no esta en la intersección, entonces debe permanecer en la senda estable.

…..

Recordando lo planteado por Dornbusch que un aumento permanente en el aumento de la cantidad de dinero debe reflejarse en un proporcional aumento de p y e en el largo plazo, pero no el corto. Entonces el tipo de cambio salta en respuesta a la sorpresa monetaria inicial, el tipo de cambio real y nominal tienen que moverse en la misma proporción, lo cual se puede observar con ayuda de la línea de 45º. Del gráfico se observa que el tipo de cambio debe sobre reaccionar, para llegar a su nivel de largo plazo.

Undershooting

En el caso anterior se sume $\phi\delta < 1$, lo cual corresponde al supuesto de que la demanda de dinero no es muy sensible al producto y que la demanda agregada no se mueve bruscamente en respuesta a los movimientos en el tipo de cambio real.

El otro caso cuando $\phi\delta > 1$ la demanda de dinero se asume que es sensible ante cambios en el producto la demanda agregada sensible a los cambios del tipo de cambio real. En este caso la senda estable tiene pendiente negativa. Dornbusch considera que este caso es poco realista ya que la evidencia demuestra que la política monetaria afecta al producto con rezago.

Gráfico

Para Kennet Rogoff (2002), el trabajo de Dornbusch (1976) marcó el nacimiento de una moderna macroeconomía internacional. Él define el trabajo de Dornbusch en dos palabras: elegante y punto de quiebre. Obstfeld's (2001) escribió un paper titulado New Open Economy Macroeconomics, basado en el trabajo de Dornbusch, pero que además introduce fundamentos microeconómicos para el comportamiento del consumidor y el inversionista, pero a su vez mantiene los supuestos de precios fijos. Para tener una idea de su influencia en el periodo 1976 -2001, 976 publicaciones hacen referencia al trabajo de Dornbusch, asimismo el la palabra "overshooting" ha ido más allá de ser utilizada solo en las esferas académicas.

Sin embargo Dornbusch no fue el primero en tener una noción de overshooting de las variables económicas. Uno puede ver esta idea en los Pricipios de Economía de Marshall en su análisis de las elasticidades de precios en corto vs. el largo plazo.

Kouri (1976) y Calvo (1977) propusieron una diferente idea acerca del overshooting. La dinámica en sus modelos es más paralela al modelo de Mundell que al de Dornbusch, en la que la variable riqueza nacional tenía un movimiento lento, la cual se ajustaba gradualmente en el tiempo a través de la cuenta corriente.