UPC

UNIVERSIDAD PERUANA DE CIENCIAS APLICADAS

Modelos de Crecimiento Endógeno

Ronald Cuela

Contenido

1 Modelo AK

2 Modelo con Externalidades

3 Modelo con Gasto Público

4 Modelo con Capital Humano

5 Modelo con I+D

6 Modelo Schumpeteriano

Modelo Ak

Función de producción

$$Y_t = F(K_t, L_t) = AK_t \longrightarrow y_t = f(k_t) = Ak_t$$

Función de acumulación

$$\dot{k}_t = Ak_t - c_t - (n+\delta)k_t$$

Modelo Ak

El problema del Planificador Social:

$$\text{Max.} \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} u(c_t) dt$$

$$\text{s.a} \qquad \dot{k}_t = Ak_t - c_t - (n+\delta)k_t$$

Modelo Ak

Hamiltoniano:

$$H = e^{-(\rho-n)t} u(c_t) + \lambda_t \left[Ak_t - c_t - (n+\delta)k_t \right]$$

CPO:

$$\underset{c}{Max} \quad H$$

$$\frac{\partial H}{\partial k_t} = \lambda_t \left[A - (n+\delta) \right] = -\overset{\circ}{\lambda}_t$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_t} = Ak_t - c_t - (n+\delta)k_t = \dot{k}_t$$

$$\mathrm{Lim}_{t\to\infty}(k_t \lambda_t) = 0$$

Modelo Ak

Consumo:

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta}\left(A - \rho - \delta\right)$$

Interpretación:

$$\theta\gamma_c + \rho = A - \delta$$

Modelo Ak

Estado Estacionario:

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = A - \frac{c_t}{k_t} - (n+\delta)$$

$$y_t = Ak_t$$

$$\gamma_k^* = \gamma_y^* = \gamma^* = \gamma_c = \frac{1}{\theta}(A - \rho - \delta)$$

Modelo Ak

Conclusiones

- En estado estacionario, todas las variables per capita crecen a una tasa constante.
- El consumo siempre crece a la misma tasa. El consumo siempre se encuentra EE.
- El capital y el producto también crecen a la misma tasa. El modelo no presenta transición alguna hacia el EE.
- Todas las variables crecen permanentemente a una tasa constante.
- A diferencia del modelo neoclásico, este modelo no predice la convergencia entre economías, ni absoluta ni condicional.

Modelo Ak

Diferencias con modelos de crecimiento exógeno

- La tasa de crecimiento del producto puede ser positiva.
- La tasa de crecimiento viene dada por factores visibles.
- La economía carece de estado estacionario, la economía está en constante crecimiento.

Modelo Ak

Diferencias con modelos de crecimiento exógeno

- No predice convergencia.
- El modelo AK predice que los efectos de recesión temporal serán permanentes.
- No puede haber demasiada inversión, la economía no puede encontrarse en la zona dinámicamente ineficiente.

Contenido

1 Modelo AK

2 Modelo con Externalidades

3 Modelo con Gasto Público

4 Modelo con Capital Humano

5 Modelo con I+D

6 Modelo Schumpeteriano

Modelo con externalidades

Modelación de la tecnología

- Aprendizaje por la práctica.
  - Experiencia
- Desbordamiento del conocimiento.
  - Un invento se difunde

El stock de conocimiento de la economía crecerá de forma paralela a la inversión

$$\dot{A}_t = \int_{-\infty}^{t} I_s \partial s = \dot{\kappa}_t \longrightarrow A_t = \kappa_t$$

Modelo con externalidades

Modelación de la tecnología

- Externalidades de un mayor nivel de capital:
  - Reducción de costos
  - Complementariedad entre empresas
  - Nueva tecnología
  - …

La tecnología va a depender directamente del stock de capital agregado

$$A_t = a(K_t)$$

Modelo con externalidades

Función de producción

$$F\left(K_t, A_t L_t\right) = K_t^{\alpha}\left(A_t L_t\right)^{1-\alpha} = K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} a_t^{1-\alpha}$$

Función de acumulación en términos per cápita

$$\dot{k}_t = k_t^{\alpha} a_t^{1-\alpha} - c_t - \left(n + d\right) k_t$$

Asumiendo el factor trabajo constante

Modelo con externalidades

Solución del mercado competitivo

Problema general

$$\text{Max.} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t)\, dt$$

$$s.a.: \quad \dot{k}_t = k_t^{\alpha} a_t^{1-\alpha} - c_t - d k_t$$

Modelo con externalidades

Solución del mercado competitivo

Hamiltoniano:

$$H : e^{-\rho t}u(c_t) + \lambda\left[k_t^{\alpha}a_t^{1-\alpha} - c_t - dk_t\right]$$

CPO:

$$\frac{\partial H}{\partial c_t} = e^{-\rho t}u'(c_t) - \lambda_t = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial k_t} = \left[\alpha k_t^{\alpha-1}a_t^{1-\alpha} - d\right]\lambda_t = -\dot{\lambda}_t$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_t} = \dot{k}_t$$

$$\text{Lim}_{t\to\infty}\left(k_t\lambda_t\right) = 0$$

Modelo con externalidades

Solución del mercado competitivo

Resultado: $$\gamma_c^{MC} = \frac{1}{\theta}\left[\alpha k_t^{\alpha-1} a_t^{1-\alpha} - (\rho + d)\right]$$

Asumiendo una relación lineal: $a(K_t) = K_t$

$$\gamma_c^{MC} = \frac{1}{\theta}\left[\alpha L^{1-\alpha} - (\rho + d)\right]$$

Modelo con externalidades

Solución del planificador social

El planificador social va incorporar la externalidad generada por el stock agregado de capital al introducir esta externalidad en su decisión.

Problema general

$$\text{Max.} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t)\, dt$$

$$s.a.: \quad \dot{k}_t = k_t L^{1-\alpha} - c_t - dk_t$$

Modelo con externalidades

Solución del planificador social

Hamiltoniano: $$H : e^{-\rho t}u(c_t) + \lambda\left[k_t L^{1-\alpha} - c_t - dk_t\right]$$

CPO:

$$\frac{\partial H}{\partial c_t} = e^{-\rho t}u^{'}(c_t) - \lambda_t = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial k_t} = \left[L^{1-\alpha} - d\right]\lambda_t = -\dot{\lambda}_t$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_t} = \dot{k}_t$$

$$\text{Lim}_{t\to\infty}\left(k_t \lambda_t\right) = 0$$

Modelo con externalidades

Solución del planificador social

$$\gamma_c^{PS} = \frac{1}{\theta}\left[L^{1-\alpha} - (\rho + d)\right]$$

Solución mercados competitivos

$$\gamma_c^{MC} = \frac{1}{\theta}\left[\alpha L^{1-\alpha} - (\rho + d)\right]$$

El planificador incluye las externalidades de capital en su decisión.

Modelo con externalidades

Conclusiones

- En estado estacionario, todas las variables per cápita crecen a una tasa constante.
- El consumo siempre crece a la misma tasa. El consumo siempre se encuentra EE.
- El capital y el producto también crecen a la misma tasa. El modelo no presenta transición alguna hacia el EE.
- No predice la convergencia.
- El modelo predice que economías con mayor población crecerán más que economías con menor población.

Evidencia empírica

- ¿La productividad se incrementa cuando aumenta el número de unidades producidas?
- ¿Existe externalidades de conocimiento en la industria?

Contenido

1 Modelo AK

2 Modelo con Externalidades

3 Modelo con Gasto Público

4 Modelo con Capital Humano

5 Modelo con I+D

6 Modelo Schumpeteriano

Modelación del gasto público

Como bien público: No rival y no excluible

$$y_j = Ak_j^{\alpha} G^{1-\alpha}$$

Bien sujeto a congestión: Parcialmente excluible

$$y_j = Ak_j^{\alpha} \left(\frac{G}{K} \right)^{1-\alpha}$$

Bien privado: Rival y excluible

$$y_j = Ak_j^{\alpha} g_j^{1-\alpha}$$

Modelo con gasto público

Familias productoras

Problema general:

$$\text{Max.} \quad \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} u(c_t)\,dt$$

$$\text{s.a} \qquad \dot{k}_t = (1-\tau_t) A k_t^{\alpha} g_t^{1-\alpha} - c_t - (n+\delta) k_t$$

Modelo con gasto público

Familias productoras

Hamiltoniano: $H = e^{-(\rho-n)t}u(c_t) + \lambda_t\left[(1-\tau_t)Ak_t^{\alpha}g_t^{1-\alpha} - c_t - (n+\delta)k_t\right]$

CPO: $\underset{c}{Max} \quad H$

$$\frac{\partial H}{\partial k_t} = \lambda_t\left[(1-\tau_t)\alpha Ak_t^{\alpha-1}g_t^{1-\alpha} - (n+\delta)\right] = -\overset{\circ}{\lambda}_t$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_t} = (1-\tau_t)Ak_t^{\alpha}g_t^{1-\alpha} - c_t - (n+\delta)k_t = \dot{k}_t$$

$$\mathrm{Lim}_{t\to\infty}(k_t\lambda_t) = 0$$

Modelo con gasto público

Familias productoras

Resolviendo

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta}\left((1-\tau_t)\alpha A\left(\frac{g_t}{k_t}\right)^{1-\alpha} - \rho - \delta\right)$$

El gobierno financia su gasto con impuestos

$$\tau_t y_t = g_t$$

$$\gamma_c = \frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta}\left((1-\tau_t)\alpha A^{1/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha} - \rho - \delta\right)$$

Modelo con gasto público

Familias productoras

Tamaño óptimo del estado $\tau^* = 1 - \alpha$

$$\gamma_c^{MC} = \frac{1}{\theta}\left(\alpha^2 A^{1/\alpha}(1-\alpha)^{(1-\alpha)/\alpha} - \rho - \delta\right)$$

Modelo con gasto público

Planificador Social

Problema general:

$$\text{Max.} \int_0^\infty e^{-(\rho-n)t} u(c_t)\,dt$$

$$\text{s.a} \qquad \dot{k}_t = Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - c_t - (n+\delta)k_t - g_t$$

Modelo con gasto público

Planificador Social

Hamiltoniano:

$$H = e^{-(\rho-n)t}u(c_t) + \lambda_t\left[Ak_t^{\alpha}g_t^{1-\alpha} - c_t - (n+\delta)k_t - g_t\right]$$

CPO:

$$\underset{c}{Max}\ \ H \qquad \rightarrow \lambda_t = e^{-(\rho-n)t}\ \ c_t^{-\sigma}$$

$$\underset{g}{Max}\ \ H \qquad \rightarrow \lambda_t\left(A(1-\alpha)k_t^{\alpha}g_t^{-\alpha} - 1\right) = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial k_t} = \lambda_t\left[\alpha Ak_t^{\alpha-1}g_t^{1-\alpha} - (n+\delta)\right] = -\overset{\circ}{\lambda}_t$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_t} = Ak_t^{\alpha}g_t^{1-\alpha} - c_t - (n+\delta)k_t - g_t = \dot{k}_t$$

$$\mathrm{Lim}_{t\rightarrow\infty}(k_t\lambda_t) = 0$$

Planificador Social

Resolviendo

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta}\left(\alpha A\left(\frac{g_t}{k_t}\right)^{1-\alpha} - \rho - \delta\right)$$

$$A(1-\alpha)k_t^{\alpha} g_t^{-\alpha} = 1$$

Modelo con gasto público

Planificador Social

$$\gamma_c^{PS} = \frac{1}{\theta}\left(\alpha A^{1/\alpha}(1-\alpha)^{(1-\alpha)/\alpha} - \rho - \delta\right)$$

Familias productoras

$$\gamma_c^{MC} = \frac{1}{\theta}\left(\alpha^2 A^{1/\alpha}(1-\alpha)^{(1-\alpha)/\alpha} - \rho - \delta\right)$$

El planificador evita los efectos distorsionantes del impuesto a la renta.

Modelo con gasto público

Conclusiones

- Tasa de crecimiento positiva, endógena y constante.
- No hay convergencia.
- No hay transición hacia el estado estacionario.
- La política económica tiene efecto sobre la tasa de crecimiento.
- Puede ser visto como un modelo AK en el que el capital es un agregado de capital privado y público.
- Hay productividad marginal decreciente en cada factor.
- Relación entre tasa de crecimiento y tamaño del sector público no lineal

Modelo con gasto público

Evidencia

- Problemas para regresiones.
- Barro encuentra relación positiva pero no significativa del crecimiento con el capital público.
- Otros autores encuentran relación negativa y significativa, lo atribuyen a exceso de capital público.
- Sanchez-Robles (1998): En América Latina, el capital público ejerce un impacto positivo y significativo en el crecimiento.

Modelo con gasto público

Evidencia

- Landau (1983) para 104 países, en base a un análisis de corte transversal, encuentra una **relación negativa y significativa** entre el crecimiento de la tasa de crecimiento del PBI real per cápita y la ratio de consumo público sobre el PBI.
- Barth y Bradley (1987) encuentran una **relación inversa** entre la tasa de crecimiento del PBI y el porcentaje de los gastos públicos en consumo para 16 países de la OCDE durante el período 1971-1983. Destacan además que la participación de la inversión pública en el PBI no tenía un efecto significativo en el crecimiento aunque el estimador era positivo.

Modelo con gasto público

Evidencia

- Kormendi y Meguire (1985) en un estudio para 47 países durante el período posterior a la segunda guerra mundial **no encontraron una relación significativa** entre las tasas medias de crecimiento del PBI real y las tasas medias de crecimiento o niveles de participación de los gastos públicos.
- Grier y Tullock (1987) extendieron el análisis efectuado por Kormendi y Meguire a 115 países utilizando datos sobre el consumo público y otras variables obtenidas por Summers y Heston (1991), **encontrando una relación estadísticamente significativa y negativa** entre el crecimiento del PBI real y el crecimiento de la participación del gobierno en el PBI.

Modelo con gasto público

Evidencia

- Aschauer (1989) muestra resultados para USA entre los años 1945-1985 que señalaban que la elasticidad del producto con respecto al capital público fue de 0.39 y que el declive del crecimiento de la productividad desde 1970 era atribuible a la disminución del crecimiento del capital público durante el mismo período de tiempo.
- Giavazzy y Pagano (1990) fueron quizá los primeros en presentar evidencia en el sentido de que una política fiscal contractiva puede ser expansiva, incluso en el corto plazo
- Perotti (1999), trabajando una muestra de países de la OCDE durante el periodo 1965-1994, encontró que la situación fiscal inicial, en particular el ratio deuda pública / PBI, era muy importante para definir el carácter expansivo o contractivo de los ajustes fiscales.

Modelo con gasto público

Evidencia

- Hemming, Kell y Mahfouz (2002) resumen los resultados de los principales trabajos empíricos sobre la relación entre la política fiscal y el nivel de actividad económica. En su muestra para países desarrollados. Encontrándose que en general, los multiplicadores de largo plazo son más pequeños que los de corto plazo.
- Tosoni y Carrillo (2006) consideran que existe un efecto positivo entre la política fiscal y las desaceleraciones económicas de Estados Unidos, contribuyendo además al crecimiento económico sostenido.

Modelo con gasto público

Evidencia

- Giordano, Momigliano, Neri y Perroti (2007) para Italia en el período 1982-2004 encuentran que el efecto del gasto fiscal es positivo sobre el PBI privado en 0.6% después de tres trimestres.
- Berg et. al. (2009) admiten que una política fiscal discrecional podría deteriorar más la recuperación económica, incrementando el déficit presupuestal y la deuda pública.
- Posada y Escobar (2003) comparan la experiencia colombiana con la de 83 países con poblaciones mayores a los 2 millones a 1980 en el período 1982-1990 y concluyen que el gasto público es productivo y puede contribuir de manera positiva a la tasa de crecimiento de la economía, pero que si supera un cierto nivel su contribución podría tornarse negativa.

Modelo con gasto público

Evidencia

- Trigo y Vega (1989) pretenden ofrecer una respuesta parcial en relación al interrogante en qué medida en Perú la actividad del gobierno se había traducido en un factor de estabilidad económica y de promoción del crecimiento. Se detecta un negativo efecto multiplicador del gasto de gobierno, esto es el gasto público contrario a generar una expansión de la demanda y por lo tanto del producto, genera un efecto contrario.

Modelo con gasto público

Preguntas

1. ¿Qué es el efecto *crowding out*?
2. ¿En qué casos el gasto público afecta positivamente al crecimiento?
3. ¿En qué casos el gasto público afecta negativamente al crecimiento?
4. ¿Cuándo una política fiscal contractiva tendrá un efecto expansivo?
5. ¿Qué medidas tienen efectos permanentes?

Lecturas

Informe sobre Desarrollo Humano 2013

Cap. 5: Gobernanza y asociaciones en una nueva era

http://www.undp.org/content/dam/undp/library/corporate/HDR/2013GlobalHDR/Spanish/HDR2013%20Report%20Spanish.pdf

Informe sobre Desarrollo Humano 2010

Cap. 3: Diversidad de caminos para avanzar.

http://hdr.undp.org/en/media/HDR_2010_ES_Chapter3_reprint.pdf

Contenido

1 Modelo AK

2 Modelo con Externalidades

3 Modelo con Gasto Público

4 Modelo con Capital Humano

5 Modelo con I+D

6 Modelo Schumpeteriano

Modelo con capital humano

Modelación del capital humano

- Educación
- Entrenamiento
- Experiencia
- …

- Capacidad productiva

Modelo con capital humano

Dos sectores

Producción de bienes físicos

$$\dot{K} = AK_K^{\alpha} H_K^{1-\alpha}(t) - C - \delta_K K$$

Producción de capital humano

$$\dot{H}_t = BK_H^{\beta} H_H^{1-\beta} - \delta_H H$$

Se esperaría $\alpha > \beta$

Modelo con capital humano

Capital total y uso

Capital total

$$K_t = K_K + K_H$$

$$H_t = H_K + H_H$$

Uso del capital humano

$$H_K(t) = \phi_t H_t$$

$$H_H(t) = (1-\phi_t) H_t$$

Modelo con capital humano

Completando el modelo

Supuestos simplificadores

$$\beta = 0$$

$$\delta_H = \delta_K = \delta$$

Producción de bienes físicos

$$\dot{K}_t = AK_t^{\alpha}(\phi_t H_t)^{1-\alpha} - C_t - \delta K_t$$

Producción de capital humano

$$\dot{H}_t = B(1-\phi_t)H_t - \delta H_t$$

Modelo con capital humano

Problema general:

$$\text{Max.} \quad \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} u(c_t) dt$$

$$s.a.: \quad \dot{k}_t = Ak_t^{\alpha}(\phi_t h_t)^{1-\alpha} - c_t - (n+\delta)k_t$$

$$\dot{h}_t = B(1-\phi_t)h_t - (n+\delta)h_t$$

Modelo de control óptimo con dos variables de control y dos variables de estado

Modelo con capital humano

Hamiltoniano:

$$H = e^{-(\rho-n)t}u(c_t) + v_t\left(Ak_t^{\alpha}(\phi_t h_t)^{1-\alpha} - c_t - (n+\delta)k_t\right) + \lambda_t\left(B(1-\phi_t)h_t - (n+\delta)h_t\right)$$

CPO:

$$\underset{c}{Max} \quad H \qquad \rightarrow v_t = e^{-(\rho-n)t} \; u'(c_t) \qquad \text{...(1)}$$

$$\underset{\phi}{Max} \quad H \qquad \rightarrow v_t\left(A(1-\alpha)k_t^{\alpha}\phi_t^{-\alpha}h_t^{1-\alpha}\right) - \lambda_t B h_t = 0 \qquad \text{...(2)}$$

$$\frac{\partial H}{\partial k_t} = -\overset{\circ}{v}_t \qquad \rightarrow v_t(A\alpha k_t^{\alpha-1}(\phi_t h_t)^{1-\alpha} - n - d) = -\dot{v}_t \qquad \text{...(3)}$$

$$\frac{\partial H}{\partial h_t} = -\overset{\circ}{\lambda}_t \qquad \rightarrow v_t\left(A(1-\alpha)k_t^{\alpha}\phi_t^{1-\alpha}h_t^{-\alpha}\right) + \lambda_t\left(B(1-\phi_t) - n - \delta\right) = -\dot{\lambda}_t \qquad \text{...(4)}$$

$$\frac{\partial H}{\partial v_t} = \dot{k}_t \qquad \rightarrow \dot{k}_t = Ak_t^{\alpha}(\phi_t h_t)^{1-\alpha} - c_t - (n+\delta)k_t \qquad \text{...(5)}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_t} = \dot{h}_t \qquad \rightarrow \dot{h}_t = B(1-\phi_t)h_t - \delta h_t \qquad \text{...(6)}$$

$$\underset{t\to\infty}{Lim} \; v_t k_t = 0 \qquad \text{...(7)} \qquad\qquad \underset{t\to\infty}{Lim} \; \lambda_t h_t = 0 \qquad \text{...(8)}$$

Modelo con capital humano

Resolviendo:

De (1)

$$\ln v_t = -(\rho - n)t + \ln u'(c_t)$$

$$\frac{\dot{v}_t}{v_t} = -(\rho - n) + \frac{u''(c_t)}{u'(c_t)}\dot{c}_t$$

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta}\left[-\frac{\dot{v}_t}{v_t} - (\rho - n)\right] \qquad \theta = -\frac{c_t u''(c_t)}{u'(c_t)} \qquad \text{...(9)}$$

En (3)

$$\gamma_c = \frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta}\left(A\alpha\, k_t^{\alpha-1}(\phi_t h_t)^{1-\alpha} - \rho - \delta\right) \qquad \text{...(10)}$$

Modelo con capital humano

En estado estacionario:

- Todas las variables crecen a un ritmo constante.
- La fracción ϕ es un valor comprendido entre cero y uno, y tiende a un valor constante.

De (10) $\gamma_h = \gamma_k$

En (5) $\gamma_h = \gamma_k = \gamma_c$

De FP Bienes $\gamma_y = \gamma_h = \gamma_k = \gamma_c$

Todas las variables crecen a la misma tasa

¿Cuál será esa tasa?

Modelo con capital humano

En estado estacionario:

De (2)

$$\frac{v_t}{\lambda_t} = \frac{1}{\frac{A}{B}\left(\frac{k_t}{h_t}\right)^{\alpha}(1-\alpha)\phi_t^{-\alpha}} \qquad \text{...(11)}$$

$$\gamma_v = \gamma_\lambda \qquad \text{...(12)}$$

Dividiendo (4) entre λ_t

$$\frac{v_t}{\lambda_t}\left[A(1-\alpha)\left(\frac{k_t}{h_t}\right)^{\alpha}\phi_t^{1-\alpha}\right] + \left(B(1-\phi_t) - n - \delta\right) = -\frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t} \qquad \text{...(13)}$$

Reemplazando (11) en (13)

$$-\frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t} = B - n - \delta \qquad \text{...(14)}$$

Teniendo en cuenta (9) y (12)

$$\gamma_y = \gamma_h = \gamma_k = \gamma_c = \frac{1}{\theta}\left(B - \rho - \delta\right) \qquad \text{...(15)}$$

Modelo con capital humano

En estado estacionario:

Proporción de capital humano destinado a producir bienes físicos

De la FP de capital humano

De (6)

$$\frac{\dot{h}_t}{h_t} = \gamma^* = B(1-\phi_t) - (n+\delta)$$

$$1-\phi^* = \frac{\gamma^* + n + \delta}{B} = \frac{B - \rho + \theta n - \delta(1-\theta)}{B\theta}$$

Modelo con capital humano

Transición

- Existe, pero es difícil de analizar
- Lucas (1988) no la investiga
- Caballé y Santos (1993) trayectoria hacia un punto de silla
- Mulligan y Sala-i-Martin con métodos numéricos

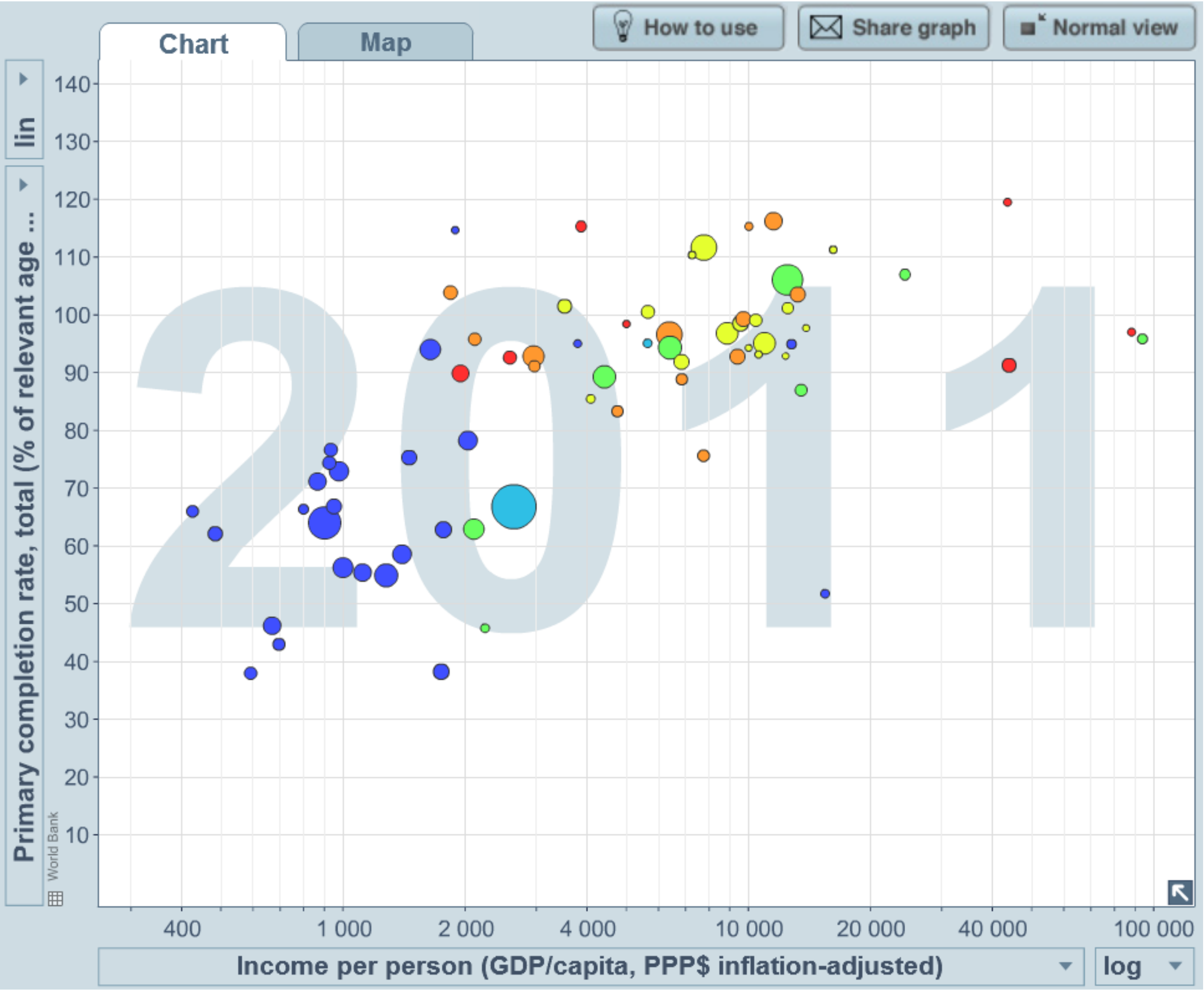
$$\frac{k_0}{h_0} \neq \frac{k^*}{h^*}$$

$$\frac{k_0}{h_0} < \frac{k^*}{h^*} \longrightarrow \gamma > \gamma^*$$

$$\frac{k_0}{h_0} < \frac{k^*}{h^*} \longrightarrow \gamma > \gamma^*$$

Modelo con capital humano

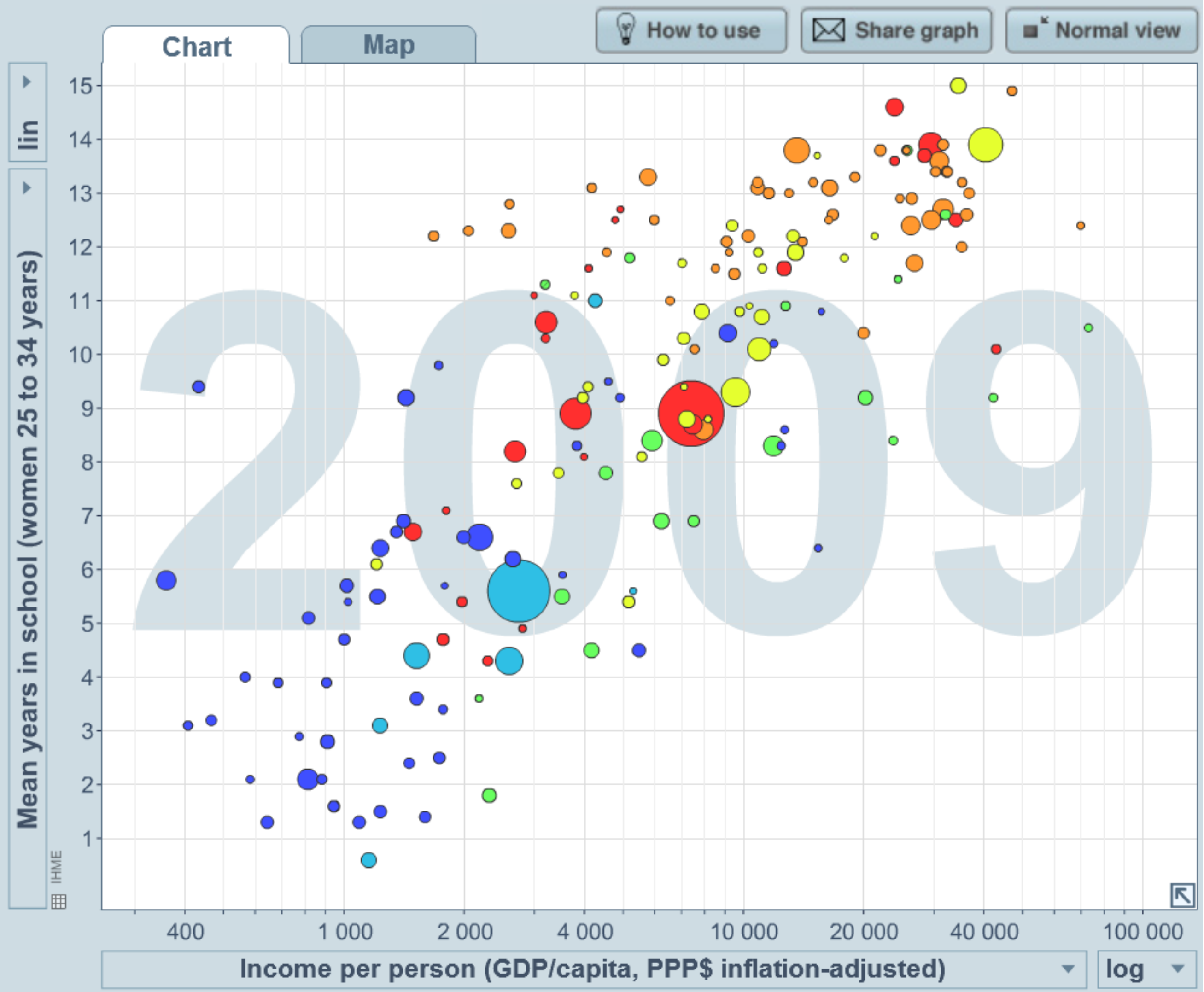
Evidencia



UPC
Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas

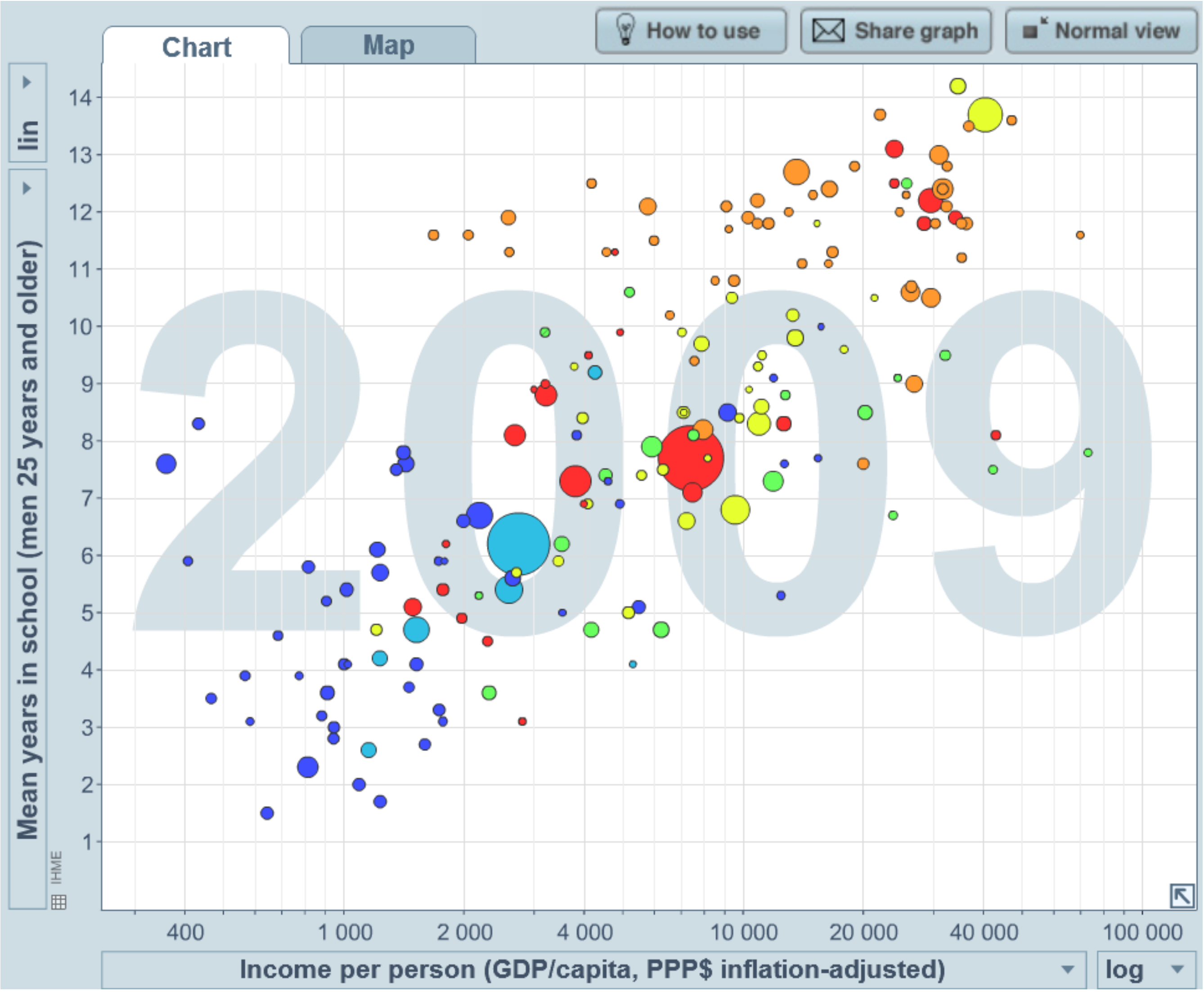
Modelo con capital humano

Evidencia



Modelo con capital humano

Evidencia



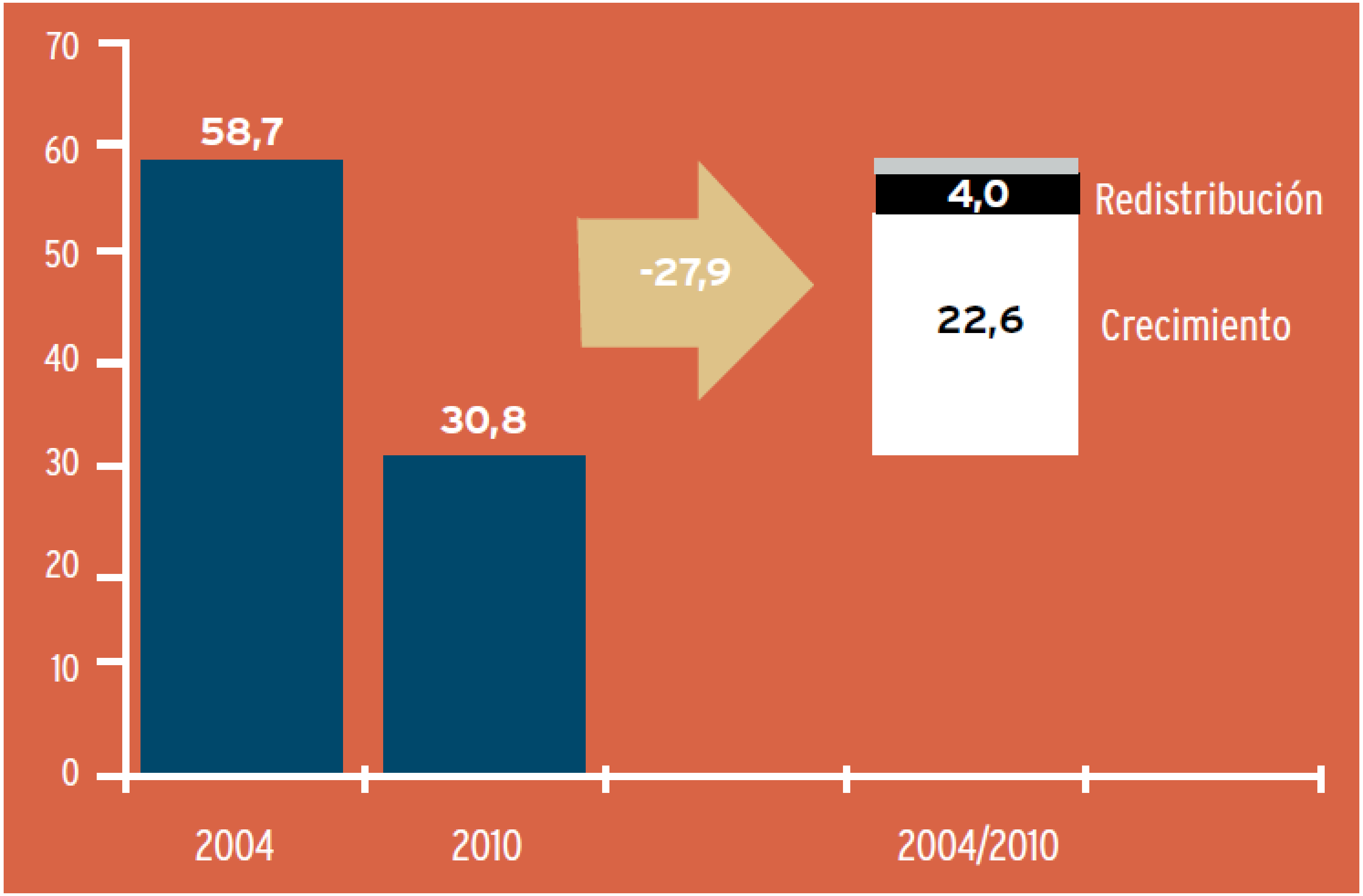
Modelo con capital humano

Evidencia

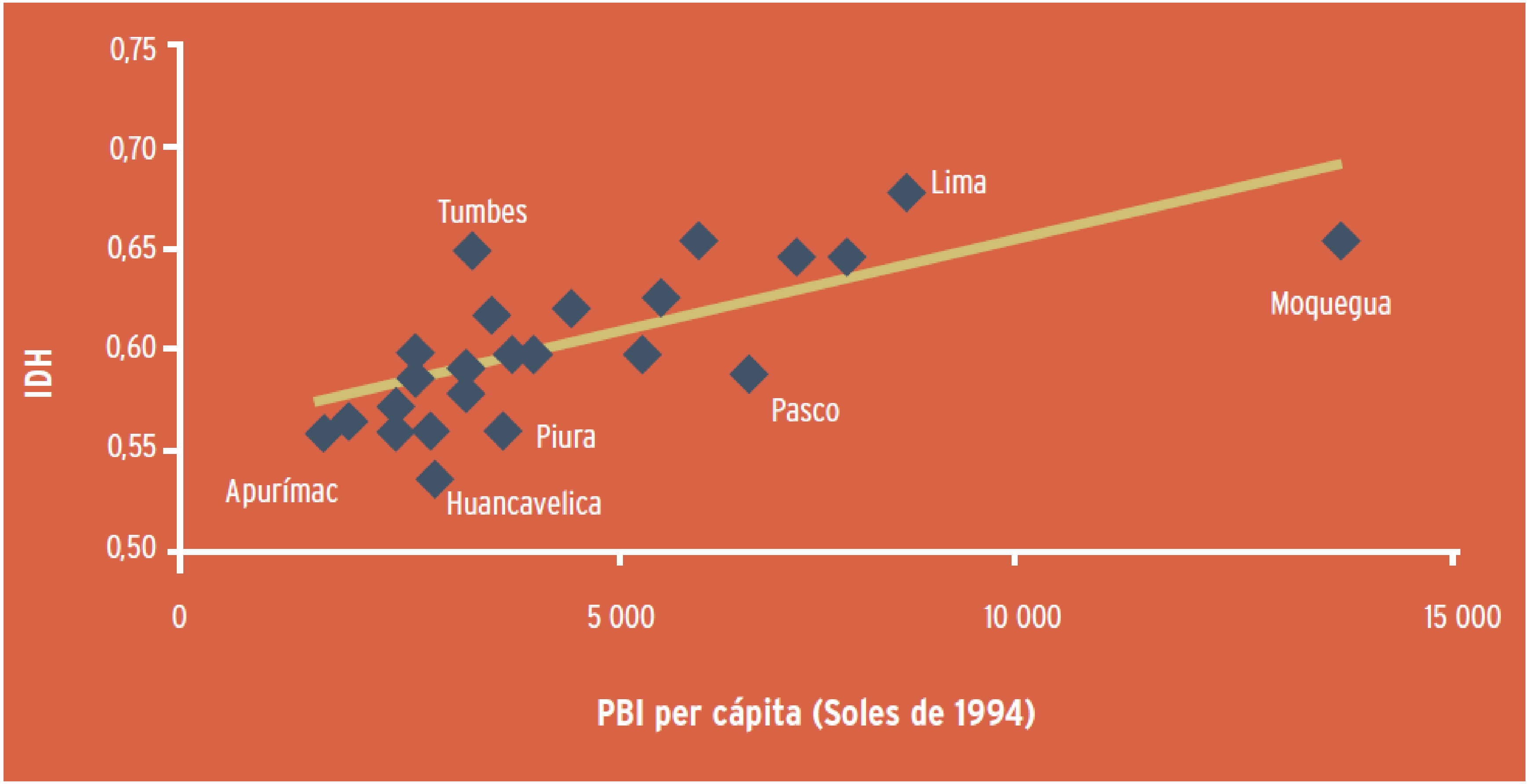
- En Perú, entre 2004 y 2010, el crecimiento económico (7,1 por ciento en promedio) ha contribuido significativamente en la reducción de la pobreza monetaria, la cual ha pasado de niveles de 58,7 por ciento en 2004 a 30,8 por ciento en 2010.

Modelo con capital humano

Perú: Evolución de la Pobreza

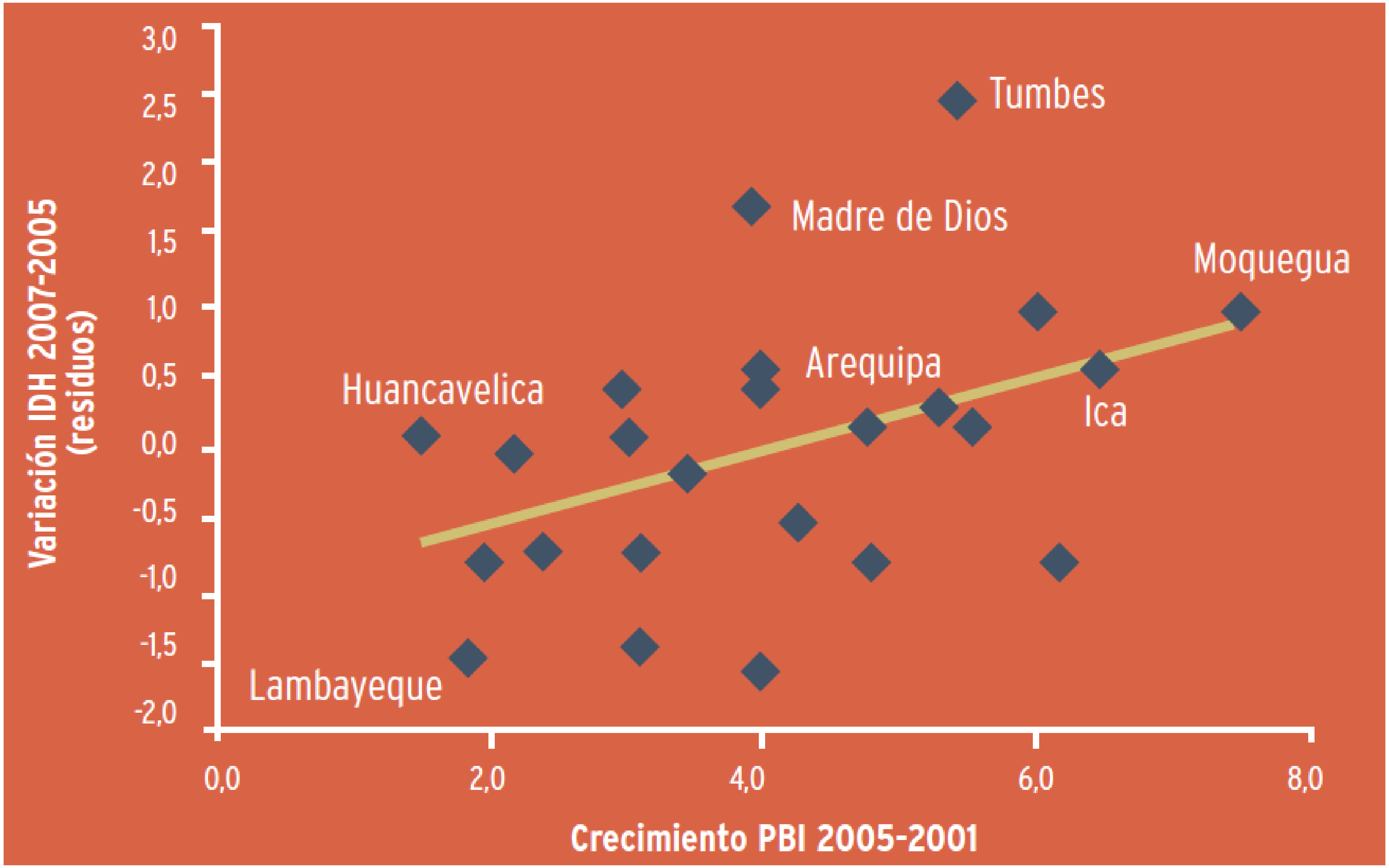


Perú: Relación entre PBI e IDH por Departamento



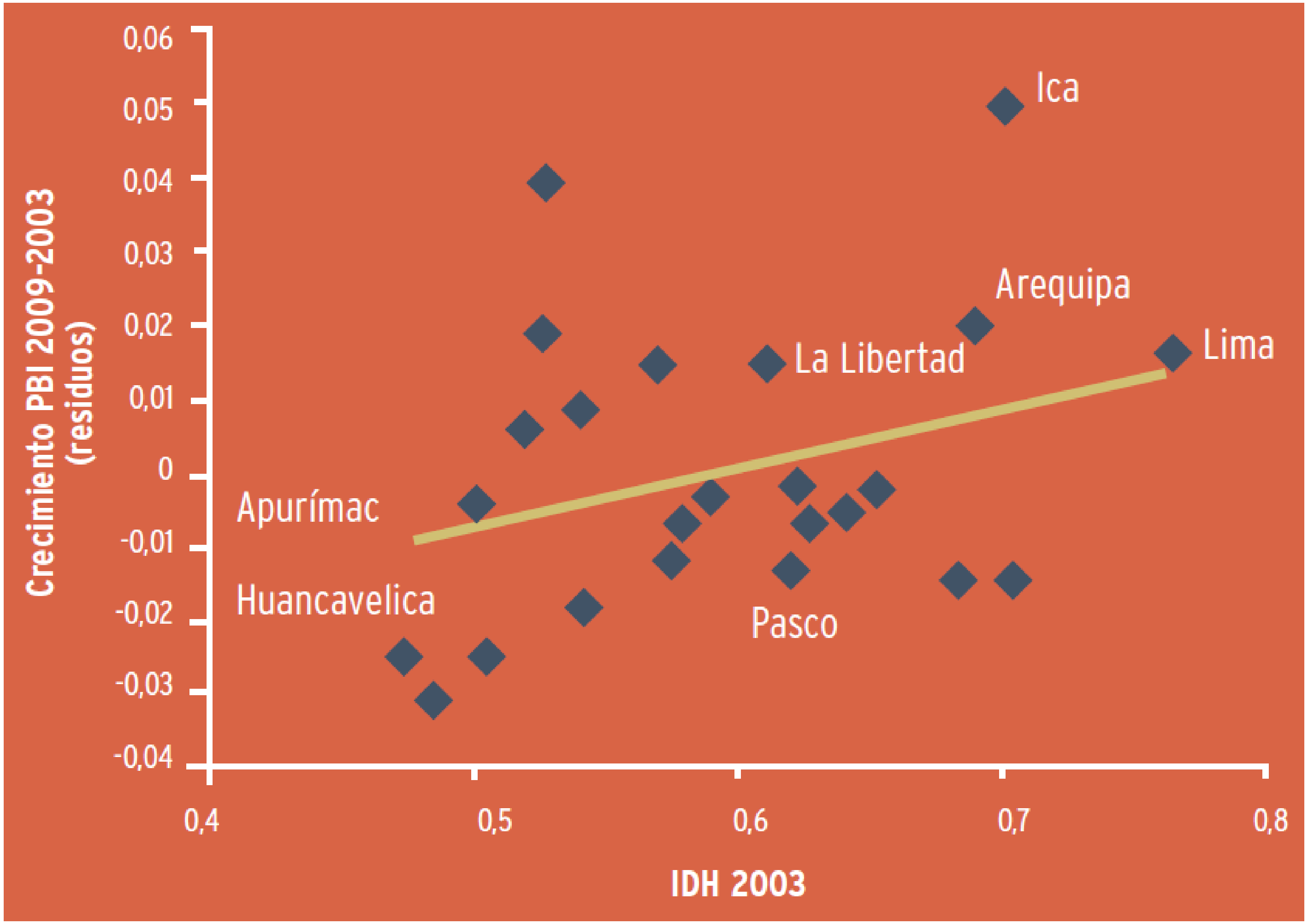
Modelo con capital humano

Perú: Del crecimiento al desarrollo



Modelo con capital humano

Perú: Del desarrollo al crecimiento



UPC
Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas

Modelo con capital humano

Preguntas

1. ¿Qué es capital humano?
2. ¿Cómo afecta el capital humano al crecimiento económico?
3. ¿Cómo afecta el capital humano al desarrollo?

Modelo con capital humano

Lecturas (Control 4)

- Cantidad y calidad del crecimiento económico

http://www.bcentral.cl/Estudios/revista-economia/2002/agosto2002/recvol5n2ago2002_17_36.pdf

- Determinantes del crecimiento económico: Una revisión de la literatura existente y estimaciones para el período 1960-2000

http://www.bcrp.gob.pe/docs/Publicaciones/Documentos-de-Trabajo/2007/Working-Paper-13-2007.pdf

Contenido

1. Modelo AK
2. Modelo con Externalidades
3. Modelo con Gasto Público
4. Modelo con Capital Humano
5. Modelo con I+D
6. Modelo Schumpeteriano

Modelo con I+D

La economía de las ideas

- Aumento de productos o bienes de capital disponibles como factores de producción.
  - Romer
  - Grossman y Helpman
  - Barro
  - Sala-i-Martin

$$K_t = \left[\sum_{j=1}^{N_t} x_{jt}^{\alpha} \right]^{1/\alpha}$$

- Mejora de calidad de un número limitado de productos
  - Aghion y Howitt
  - Grossman y Helpman
  - Barro y Sala-i-Martin

$$K_t = \left[\sum_{j=1}^{N} x_{jt}^{\alpha} \right]^{1/\alpha}$$

Modelo con I+D

Mercados competitivos

Productores de bienes finales

- Cuánto trabajo contratar
- Cuántos insumos usar

Productores de I+D

- A cuál precio vender mi invento

Familias

- Cuánto consumir

Modelo con I+D

Productores de bienes finales

Función de producción

$$Y_t = AK_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$$

K es un factor compuesto de bienes intermedios

$$K_t = \left[\sum_{j=1}^{N_t} x_{jt}^{\alpha} \right]^{1/\alpha}$$

Nueva función de producción

$$Y_t = A\left[\sum_{j=1}^{N_t} x_{jt}^{\alpha} \right] L_t^{1-\alpha}$$

Modelo con I+D

Productores de bienes finales

El progreso se modela como el aumento constante de inputs intermedios y asumiendo que la cantidad de dichos bienes sea la misma

$$x_j = x$$

La función de producción se reescribe

$$Y_t = AN_t x_t^{\alpha} L^{1-\alpha} = A(N_t x_t)^{\alpha} L_t^{1-\alpha} N_t^{1-\alpha}$$

Modelo con I+D

Productores de bienes finales

Maximización de beneficios

$$\int_0^{\infty} e^{-rt}\left(AL_t^{1-\alpha}\sum_{j=1}^{N_t} x_{jt}^{\alpha} - w_t L_t - \sum_{j=1}^{N} p_{jt} x_{jt}\right)\partial t$$

No hay elementos de tipo intertemporal,
los productores maximizan en cada periodo

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial L} = 0 \longrightarrow w_t = A(1-\alpha)L^{-\alpha}\sum_{j=1}^{N_t} x_{jt}^{\alpha} \quad \ldots(1)$$

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial x_{jt}} = 0 \qquad p_{jt} = A\alpha L^{1-\alpha} x_{jt}^{\alpha-1} \longrightarrow x_{jt} = \left[A\alpha\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} L p_{jt}^{-\frac{1}{1-\alpha}} \quad \ldots(2)$$

Se asume L constante

Modelo con I+D

Empresas de I+D

Cada inventor actúa como monopolista

1.- ¿Deben participar en I+D?

2.- ¿Cuál será el precio del nuevo invento?

En el periodo s, si actualizamos todos los beneficios

$$\underset{p_{jt}}{Max}\int_{s}^{\infty} e^{-r(t-s)}\pi_{jt}\partial t = Max\int_{s}^{\infty} e^{-r(t-s)}\left[(p_{jt}-\in_{t})A^{\frac{1}{1-\alpha}}\alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}Lp_{jt}^{-\frac{1}{1-\alpha}}\right]\partial t$$

$\in_t$ Costo marginal, por simplicidad se iguala a la unidad

Modelo con I+D

Empresas de I+D

Hamiltoniano

CPO

$$e^{-r(t-s)}\left[(A\alpha)^{\frac{1}{1-\alpha}} Lp_{jt}^{-\frac{1}{1-\alpha}} + (p_j - 1)(A\alpha)^{\frac{1}{1-\alpha}} Lp_{jt}^{-\frac{1}{1-\alpha}-1}\left(-\frac{1}{1-\alpha}\right)\right] = 0$$

Precio del bien para monopolista

$$p_{jt}^{*} = \frac{1}{\alpha} > 1 \qquad \text{...(3)}$$

La demanda de su bien usando (2) será

$$x_{jt} = x = A^{\frac{1}{1-\alpha}} L\alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} \qquad \text{...(4)}$$

Modelo con I+D

Empresas de I+D

La producción será

$$Y_t = AN_t L^{1-\alpha}\left[A^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} L^{\alpha} \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}}\right]$$

$$Y_t = A^{\frac{1}{1-\alpha}} L \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} N_t \qquad \text{...(5)}$$

Beneficio instantáneo

$$\pi_{jt} = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} L \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$\pi = \pi_{jt} = \left[\frac{1-\alpha}{\alpha}\right] A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} L \qquad \text{...(6)}$$

Valor actual de los beneficios perpetuos

$$\int_s^{\infty} e^{-r(t-s)} \pi \partial_t = \frac{\pi}{r}$$

Modelo con I+D

Empresas de I+D

1.- ¿Deben participar en I+D?

$$\Phi(N_t) = \frac{\pi}{r} \qquad \ldots(7)$$

¿Son los nuevos inventos más caros?

$$\Phi'(N_t) < 0 \qquad\qquad \Phi'(N_t) > 0$$

La asumiremos constante

Modelo con I+D

Consumidores

Restricción presupuestaria y utilidad similar que en modelos anteriores

$$\text{Max.} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t) dt$$

$$\dot{b}_t = r_t b_t + w_t - c_t \qquad \text{...(8)}$$

Al igual que en los modelos anteriores

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta}(r_t - \rho) \qquad \text{...(9)}$$

Modelo con I+D

Equilibrio

Tasa de interés
$$r = \frac{\pi}{\Phi} \qquad \text{...(10)}$$

Tasa de crecimiento de la economía

$$\gamma_c = \frac{1}{\theta}\left[\frac{1}{\Phi}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)A^{\frac{1}{1-\alpha}}\alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}L - \rho\right] \qquad \text{...(11)}$$

La tasa de crecimiento es constante

Modelo con I+D

Equilibrio

Valor total de los activos $$B_t = \Phi N_t$$

Salario $$w_t = (1-\alpha)\frac{Y_t}{L}$$

Acumulación de capital: En la restricción presupuestaria (8)

$$\Phi \dot{N}_t = r\Phi N_t + (1-\alpha)\frac{Y_t}{L}L - c_t$$

$$\pi = \left(\frac{1}{\alpha}-1\right)x$$

$$\Phi \dot{N}_t = \left(\frac{1}{\alpha}-1\right)N_t x + Y_t - \alpha Y_t - c_t$$

$$\Phi \dot{N}_t = Y_t - N_t x - c_t \quad \text{...(12)}$$

En producto tiene 3 destinos: Consumo, Insumos e I+D

Modelo con I+D

Equilibrio

De FP: $$Y_t = AN_t x^{\alpha} L^{1-\alpha}$$ $$\gamma_N = \gamma_Y$$

De (12): $$\Phi \dot{N}_t = Y_t - N_t x - c_t$$ $$\gamma_c = \gamma_N = \gamma_Y$$

Todas las variables crecen a la misma tasa

Modelo con I+D

Conclusiones de la solución de MC

¿De qué depende el crecimiento?

$$\gamma^{MC} = \frac{1}{\theta}\left[\frac{1}{\Phi}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)A^{\frac{1}{1-\alpha}}\alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}L - \rho\right]$$

¿Cómo se distribuye la renta?

$$\Phi\dot{N}_t = Y_t - N_t x - c_t$$

Modelo con I+D

Planificador social

Modelo con I+D

La solución del planificador social

Restricción

$$Y_t = AN_t x^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

$$Y_t = xN_t + c_t + \Phi \dot{N}_t$$

Problema general

$$\text{Max.} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t) dt$$

$$\dot{N}_t = \frac{1}{\Phi}\left(AN_t x^{\alpha} L^{1-\alpha} - xN_t - c_t\right)$$

Modelo con I+D

La solución del planificador social

Hamiltoniano

$$H = e^{-\rho t} u(c_t) + \lambda_t \frac{1}{\Phi}\left(AN_t x^{\alpha} L^{1-\alpha} - xN_t - c_t\right)$$

CPO

$$\frac{\partial H}{\partial c_t} = e^{-\rho t} u'(c_t) - \lambda_t \frac{1}{\Phi} = 0 \qquad \text{...(1)}$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \lambda_t \frac{1}{\Phi}\left(\alpha AN_t x^{\alpha-1} L^{1-\alpha} - N_t\right) = 0 \qquad \text{...(2)}$$

$$\frac{\partial H}{\partial N} = \lambda_t \frac{1}{\Phi}\left(Ax^{\alpha} L^{1-\alpha} - x\right) = -\overset{o}{\lambda}_t \qquad \text{...(3)}$$

$$\lim_{t\to\infty} \lambda_t N_t = 0 \qquad \text{...(4)}$$

La solución del planificador social

Resolviendo de (2)

$$x^{PS} = \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} A^{\frac{1}{1-\alpha}} L$$

Resolviendo de (1)

$$\gamma_c = \frac{1}{\theta}(-\gamma_\lambda - \rho)$$

De (3)

$$-\gamma_\lambda = \frac{1}{\Phi}\left(Ax^{\alpha} L^{1-\alpha} - x\right)$$

$$\gamma_c = \frac{1}{\theta}\left[\frac{1}{\Phi}\left(Ax^{\alpha} L^{1-\alpha} - x\right) - \rho\right]$$

$$\gamma_c = \frac{1}{\theta}\left[\frac{1}{\Phi}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} L - \rho\right]$$

Modelo con I+D

La solución del planificador social

$$\gamma^{PS} = \frac{1}{\theta}\left[\frac{1}{\Phi}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} L - \rho\right]$$

La solución de mercados competitivos

$$\gamma^{MC} = \frac{1}{\theta}\left[\frac{1}{\Phi}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} L - \rho\right]$$

¿Cuál es mayor?

¿Por qué?

¿Se debe subsidiar la I+D?

El precio de los bienes Intermedios es monopolístico

Contenido

1 Modelo AK

2 Modelo con Externalidades

3 Modelo con Gasto Público

4 Modelo con Capital Humano

5 Modelo con I+D

6 Modelo Schumpeteriano

Modelo Schumpeteriano

Principales supuestos

- El crecimiento es dirigido principalmente por innovaciones tecnológicas.

- Las innovaciones son producidas por emprendedores quienes obtienen ingresos monopólicos de sus inventos.

- Las nuevas tecnologías sacan del mercado a las viejas tecnologías.

Modelo Schumpeteriano

Producción de un industria

$$Y_{it} = A_{it}^{1-\alpha} x_{it}^{\alpha} \quad \text{...(1)}$$

A_{it} Es un parámetro de productividad de la tecnología más reciente en la industria o país i

x_{it} Es el producto intermedio usado por la industria o país i

Modelo Schumpeteriano

Innovar o implementar una tecnología existente

μ_n Frecuencia de producción de tecnología de punta (innovaciones).

μ_m Frecuencia de implementación tecnologías existentes.

$\overline{A}_t$ Es la frontera tecnológica global

$$A_{t+1} - A_t = \mu_n(\nu - 1)A_t + \mu_m(\overline{A}_t - A_t)$$

$$\gamma_{A_t} = \mu_n(\nu - 1) + \mu_m(a_t^{-1} - 1) \quad \text{...(2)}$$

Modelo Schumpeteriano

Políticas para alcanzar la frontera tecnológica

Modelo europeo y ex Unión Soviética (años 30)

- Intervenciones gubernamentales centralizadas y numerosas.
- Competencia limitada.
- Mercado de trabajo muy rígido (movilidad en el interior de las firmas y no entre ellas).
- Sistema financiero basado sobre grandes bancos y no tanto sobre los mercados bursátiles.
- Sistema escolar privilegiando los niveles primarios, secundarios, en detrimento del superior.
- Gran dirigismo.
- Política industrial gubernamental

Modelo Schumpeteriano

Principales ideas

- Las nuevas innovaciones desplazan a las tecnologías previas y por lo tanto un crecimiento alto implica un alto ratio de rotación de empresas.

- El desempeño de crecimiento de un país debería cambiar con su proximidad a la frontera tecnológica.

- Mientras un país este más alejado de la frontera tecnológica maximizará su crecimiento con instituciones o políticas que faciliten la implementación de tecnologías existentes.

Modelo Schumpeteriano

El Modelo

Los individuos viven un solo período

$$u(c) = c$$

Producción del bien final en un mercado competitivo

$$Y = A^{1-\alpha} x^{\alpha} \qquad \text{...(3)}$$

Mejora de la productividad

$$A_t = \mu A_{t-1}$$

$$\gamma_{A_t} = \mu - 1$$

El Modelo

Probabilidad de innovaciones

$$\lambda(R/A)^{\sigma} \qquad\qquad 0<\sigma<1$$

λ Es un parámetro de productividad del sector I+D

R La cantidad de producto destinada a I+D

A Productividad del nuevo bien si la I+D es exitosa

$\eta = R/A$ Gasto en I+D ajustado por la productividad

Tasa de crecimiento esperada

$$\gamma_{A_t}^{E} = \lambda\eta^{\sigma}(\mu-1) \qquad \text{...(4)}$$

El Modelo

Precio del bien intermedio

$$p(x) = \frac{\partial Y}{\partial x} = \alpha A^{1-\alpha} x^{\alpha-1}$$ ...(5)

Beneficio del monopolista

$$\pi = \max_{x} \{p(x)x - x\} = \max_{x} \{\alpha A^{1-\alpha} x^{\alpha} - x\}$$

CPO:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = \alpha^2 A^{1-\alpha} x^{\alpha-1} - 1 = 0$$

Equilibrio:

$$x = A\alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}$$ ...(6)

$$p(x) = \tfrac{1}{\alpha}$$ ...(7)

$$\pi = A\left(\tfrac{1-\alpha}{\alpha}\right)\alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} = A\psi$$ ...(8)

Modelo Schumpeteriano

El Modelo

Beneficio esperado del monopolista

$$\pi^E = \lambda (R/A)^{\sigma} A\psi \qquad \text{...(9)}$$

Cuántos recursos destinar a I+D

$$\frac{\partial \pi^E}{\partial R} = \sigma A^{-1} \lambda (R/A)^{\sigma-1} A\psi = \sigma\lambda\eta^{\sigma-1}\psi = 1$$

$$\eta = (\sigma\lambda\psi)^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

$$\gamma_{A_t}^E = \lambda(\sigma\lambda\psi)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}(\mu - 1) \qquad \text{...(10)}$$

El Modelo

Reemplazando (6) en (3)

$$Y_t = \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} A_t \qquad \text{...(11)}$$

$$\gamma_{Y_t}^{E} = \gamma_{A_t}^{E} \qquad \text{...(12)}$$

UPC
UNIVERSIDAD PERUANA DE CIENCIAS APLICADAS

Modelos de Crecimiento Endógeno

Ronald Cuela