UPC

UNIVERSIDAD PERUANA DE CIENCIAS APLICADAS

Modelo de Solow

Ronald Cuela

Contenido

Modelo de Solow-Swan

El modelo de crecimiento de Solow es el punto de partida para saber por qué el crecimiento varía de unos países a otros.

- El modelo incluye una teoría de la acumulación de capital
- Fue desarrollado a mediados de los años 50 por Robert Solow, profesor del MIT
- Es la razón por la que recibió el premio Nobel en 1987

Modelo de Solow-Swan

Algunos aspectos frente a modelos previos.

- El stock de capital ya no es exógeno
- El **stock de capital** se “endogeniza”: pasa de ser una variable exógena a ser una variable endógena
- La acumulación de capital puede ser un motor de crecimiento económico a largo plazo

Modelo de Solow-Swan

Supuestos

- Economía cerrada y sin gobierno.

$$Y_t = C_t + I_t \qquad ..(1)$$

- Familias propietarias de las empresas.

$$Y_t = C_t + S_t \qquad ..(2)$$

- Dos factores de producción:
  - Capital (K)
  - Trabajo (L)

$$Y_t = F\left(K_t, L_t\right) \qquad ..(3)$$

Supuestos

- Función de producción tiene propiedades neoclásicas.
  - Rendimientos constantes a escala.
  - Productividad marginal positiva, pero decreciente
  - Condiciones de Inada
- Tasa de ahorro constante

$$sY_t = S_t = I_t \qquad ..(4)$$

- Tasa de depreciación constante

$$I_t = \overset{o}{K}_t + D_t = \overset{o}{K}_t + \delta K_t$$

$$\overset{o}{K}_t = sY_t - \delta K_t \qquad ..(5)$$

Modelo de Solow-Swan

Supuestos

- Tasa de crecimiento de la población constante

$$\overset{o}{L}_t = nL_t$$

Modelo de Solow-Swan

Movimiento de capital per cápita

Teniendo en cuenta:

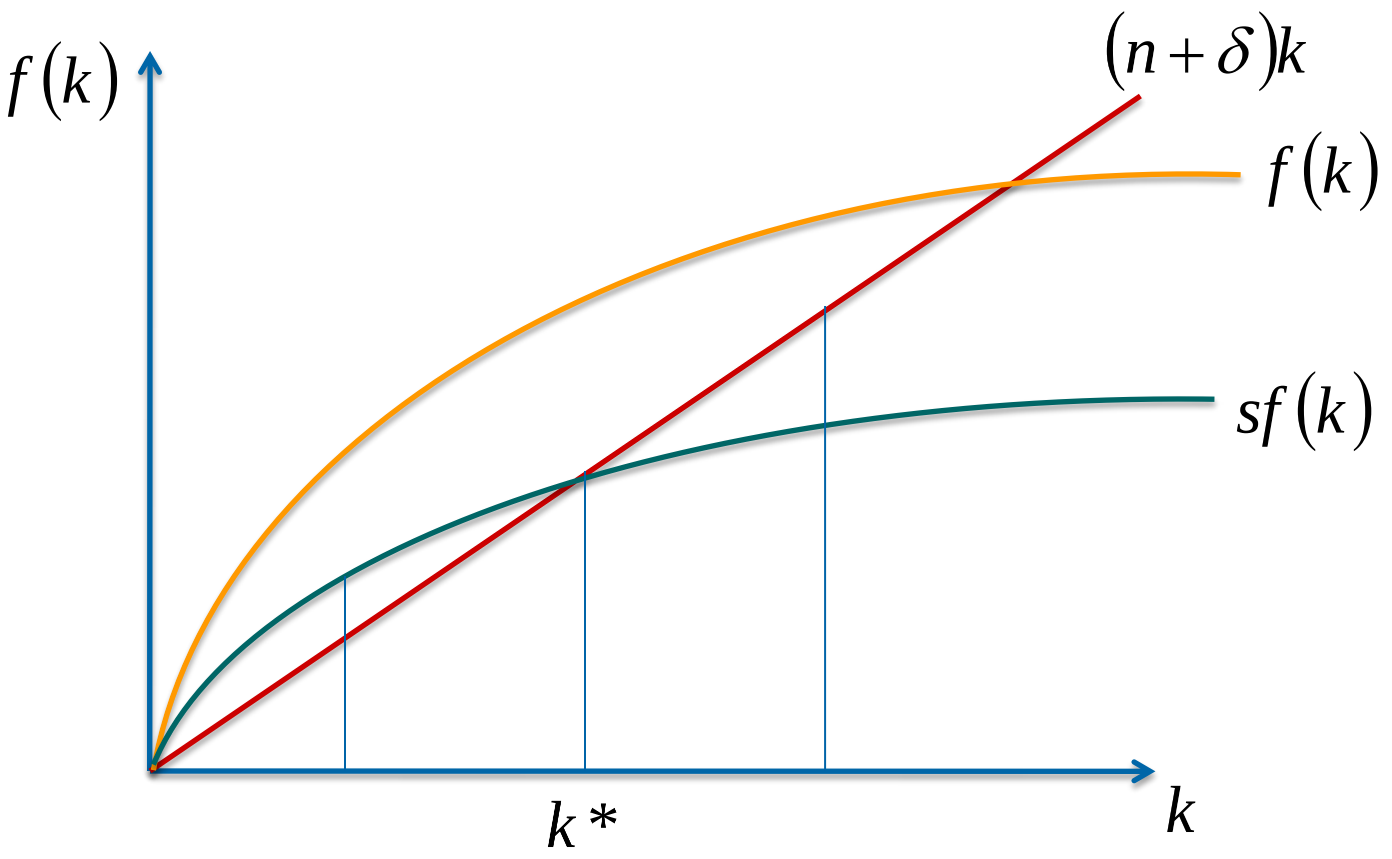
$$k_t = \frac{K_t}{L_t}$$

Reemplazando en la ecuación (5), obtenemos:

$$\overset{\circ}{k}_t = sf\left(k_t\right) - \left(n + \delta\right)k_t \qquad ..(6)$$

➢ Estabilidad y estado estacionario

$$sf\left(k^*\right)=\left(n+\delta\right)k^*$$



Comprensión del Estado Estacionario

- La economía se estabiliza en un estado estacionario porque la curva de inversión *sf(k)* tiene rendimientos decrecientes.
  - Sin embargo, la tasa a la que aumentan la producción y la inversión es menor conforme es mayor el stock de capital.
  - En cada periodo se deprecia una proporción constante del stock de capital, lo cual implica que la depreciación no disminuye conforme aumenta el capital.
- En suma, a medida que aumenta el capital, los rendimientos decrecientes implican que la producción y la inversión aumentan cada vez menos, pero la depreciación aumenta en la misma cantidad *n+d*.

Contenido

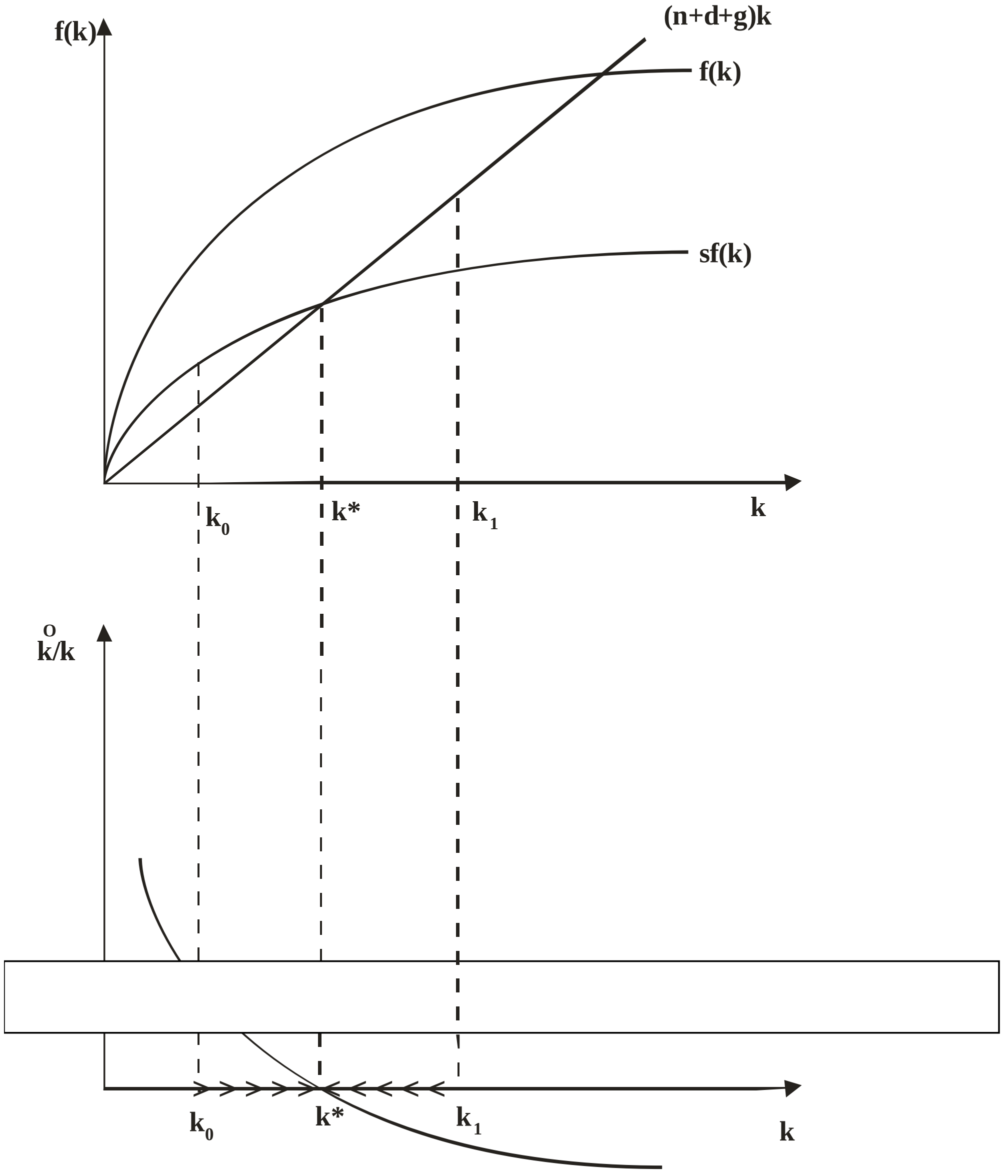
Modelo de Solow-Swan

➢ **Estabilidad y estado estacionario**

$$sf\left(k^*\right)=\left(n+\delta\right)k^*$$

➢ **Transición a *k****

$$\gamma(k_t)=\frac{\overset{o}{k_t}}{k_t}=s\frac{f\left(k_t\right)}{k_t}-\left(n+\delta\right)$$



Modelo de Solow-Swan

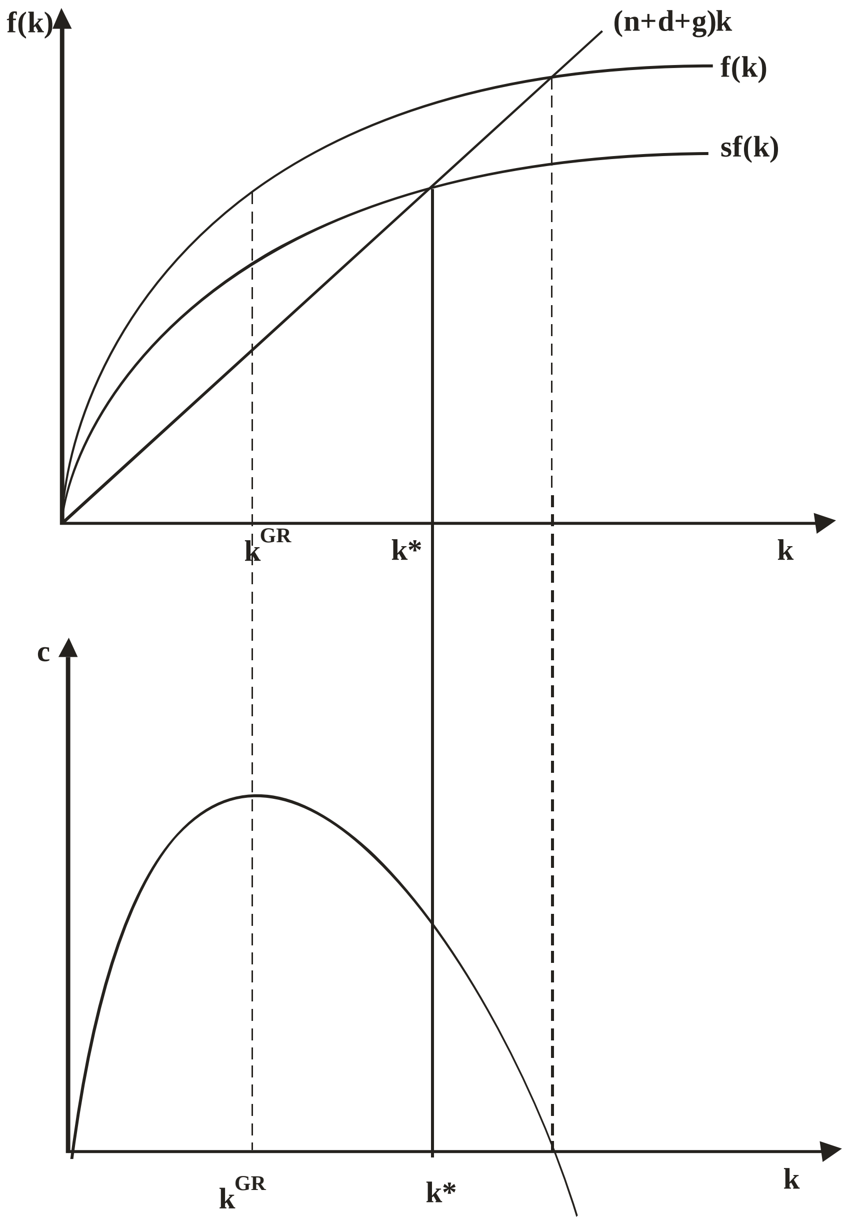
- **La regla de oro**

$$\underset{k}{Max} \quad c = f(k) - (n+\delta)k$$

$$f'(k) = n + \delta = s\frac{f(k)}{k}$$

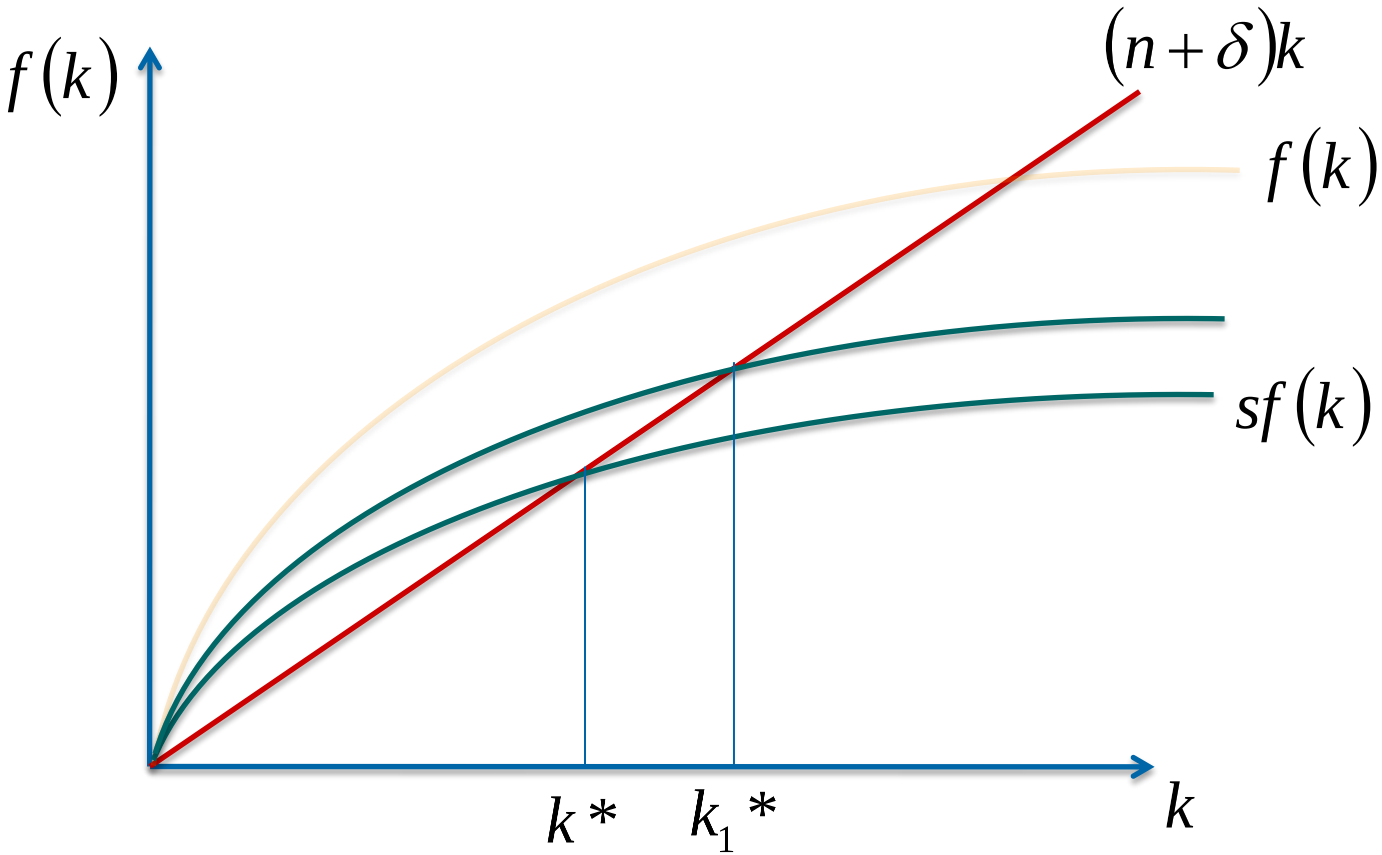
$$s = \frac{kf'(k)}{f(k)} = \alpha(k)$$

- **Ineficiencia Dinámica**



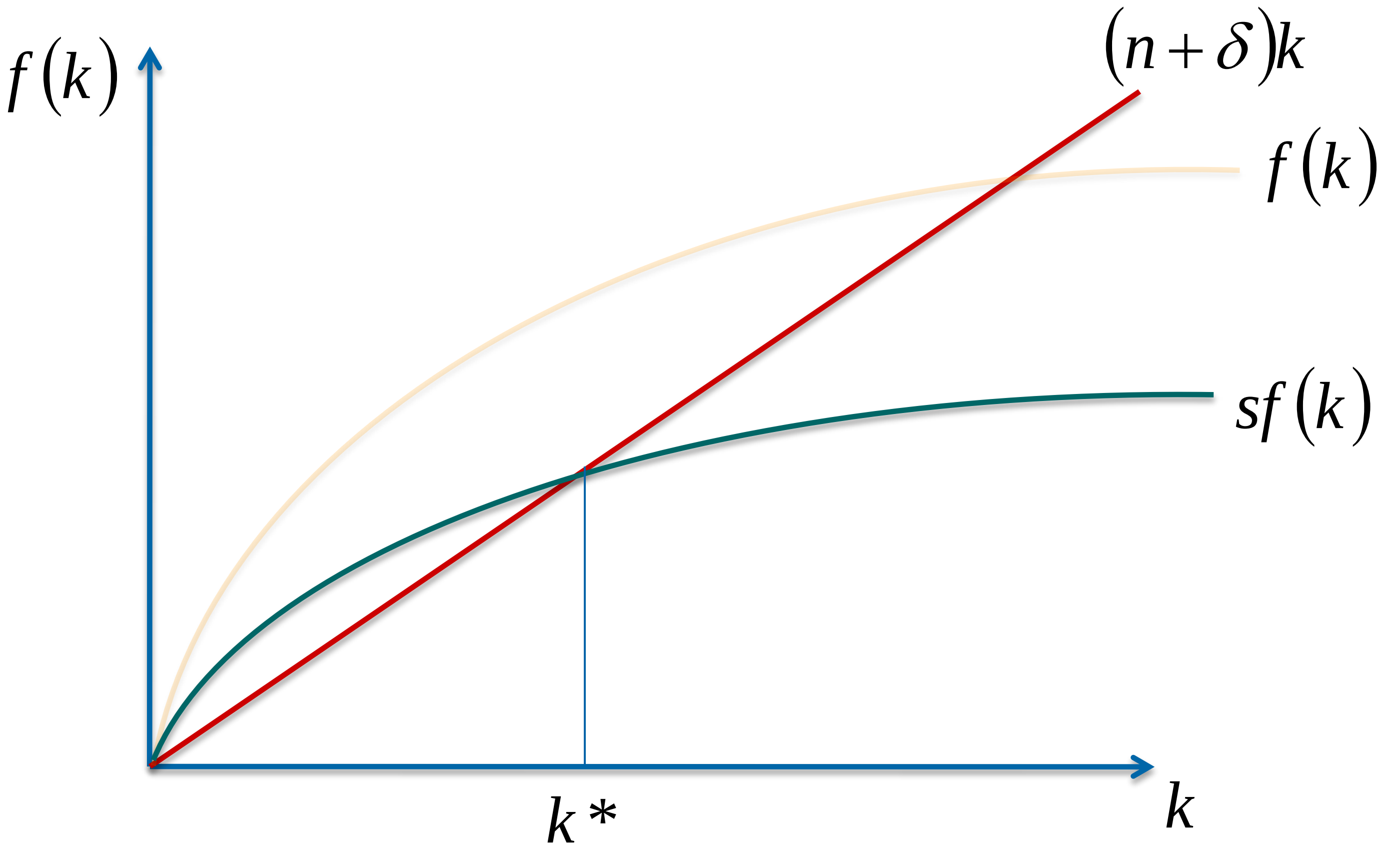
Ejercicios de estática comparada

- Un aumento de la tasa de ahorro.



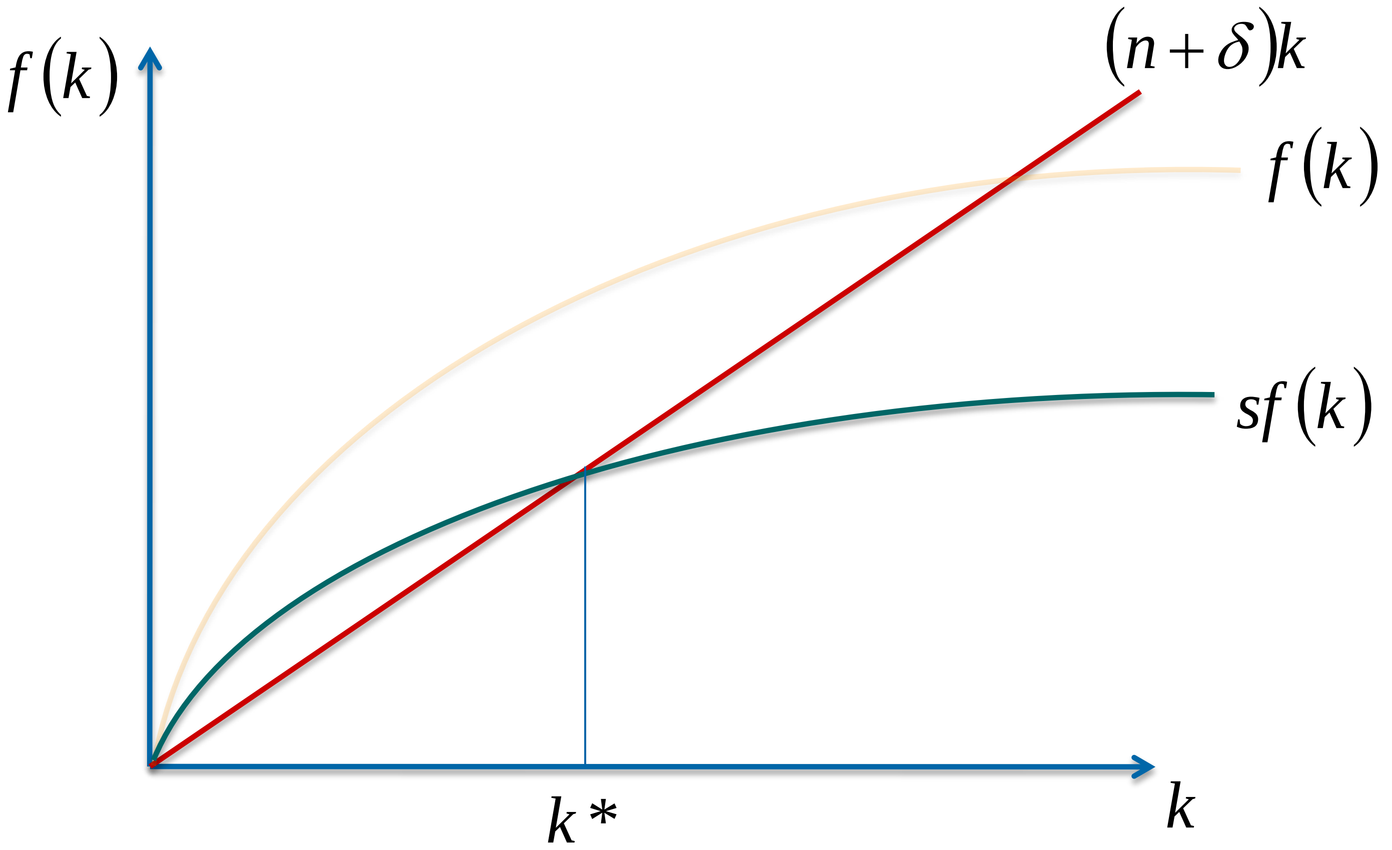
Ejercicios de estática comparada

- Un aumento de la tasa de depreciación.



Ejercicios de estática comparada

- Una disminución de la tasa de crecimiento de la población.



Modelo de Solow-Swan

Ejercicio de dinámica y transición

- Una disminución de la tasa de crecimiento de la población.
  - ¿Cuánto se demora en llegar al nuevo equilibrio?
  - ¿Cuánto se demora en recorrer la mitad del camino a su nuevo estado estacionario?

Contenido

1 Modelo de Solow-Swan

2 Dinámica de transición

3 Modelo con tecnología

4 Evidencia y conclusiones

Modelo de Solow-Swan

Supuestos

- Economía cerrada y sin gobierno.

$$Y_t = C_t + I_t \qquad ..(1)$$

- Familias propietarias de las empresas.

$$Y_t = C_t + S_t \qquad ..(2)$$

- Tres factores de producción:
  - Capital (K)
  - Trabajo (L)
  - Tecnología (A)

$$Y_t = F\left(K_t, L_t, A_t\right) \qquad ..(3)$$

Modelo de Solow-Swan

Supuestos

- Función de producción con propiedades neoclásicas.
  - Rendimientos constantes a escala.
  - Productividad marginal positiva, pero decreciente
  - Condiciones de Inada
- Tasa de ahorro constante

$$sY_t = S_t = I_t \qquad ..(4)$$

- Tasa de depreciación constante

$$I_t = \overset{o}{K}_t + D_t = \overset{o}{K}_t + \delta K_t$$

$$\overset{o}{K}_t = sY_t - \delta K_t \qquad ..(5)$$

Modelo de Solow-Swan

Supuestos

- Tasa de crecimiento de la población constante

$$\overset{o}{L}_t = nL_t$$

- Tasa de crecimiento de la tecnología constante

$$\overset{o}{A}_t = gA_t$$

- La tecnología es trabajo-aumentativa

$$F\left(K_t, A_t, L_t\right) = F\left(K_t, (A_t L_t)\right)$$

reemplazando en la ecuación (5)

$$\overset{o}{K}_t = sF\left(K_t, (A_t L_t)\right) - \delta K_t \qquad ..(6)$$

Modelo de Solow-Swan

Movimiento de capital per cápita efectivo

Teniendo en cuenta:

$$\tilde{k}_t = \frac{K_t}{A_t L_t}$$

Reemplazando en la ecuación (6), obtenemos:

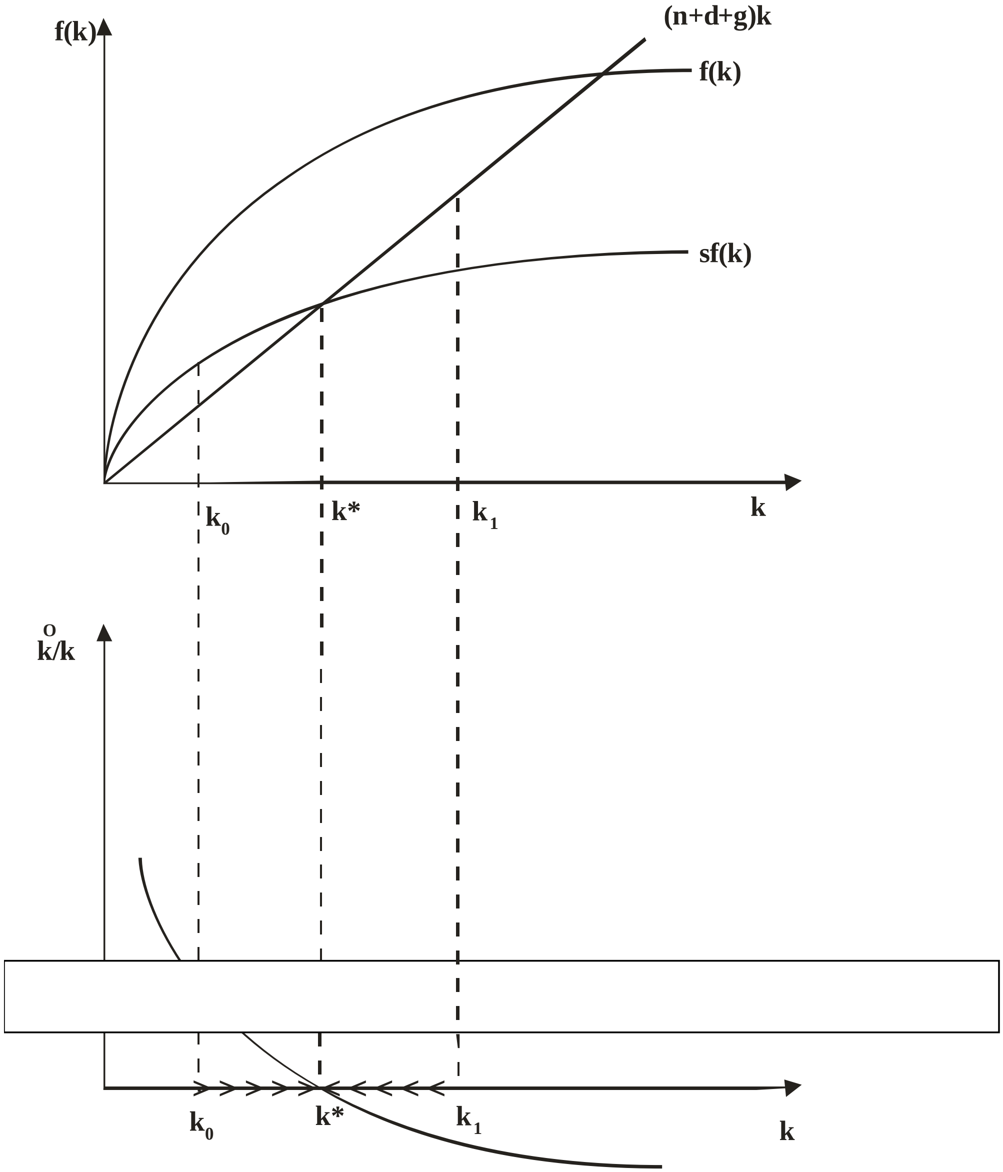
$$\overset{o}{\tilde{k}}_t = sf\left(\tilde{k}_t\right) - \left(n + \delta + g\right)\tilde{k}_t \qquad ..(7)$$

- **Estabilidad y estado estacionario**

$$sf\left(\tilde{k}^*\right)=\left(n+g+\delta\right)\tilde{k}^*$$

- **Transición a *k****

$$\gamma(\tilde{k}_t)=\frac{\overset{\circ}{\tilde{k}}_t}{\tilde{k}_t}=s\frac{f\left(\tilde{k}_t\right)}{\tilde{k}_t}-\left(n+\delta+g\right)$$



Modelo de Solow-Swan

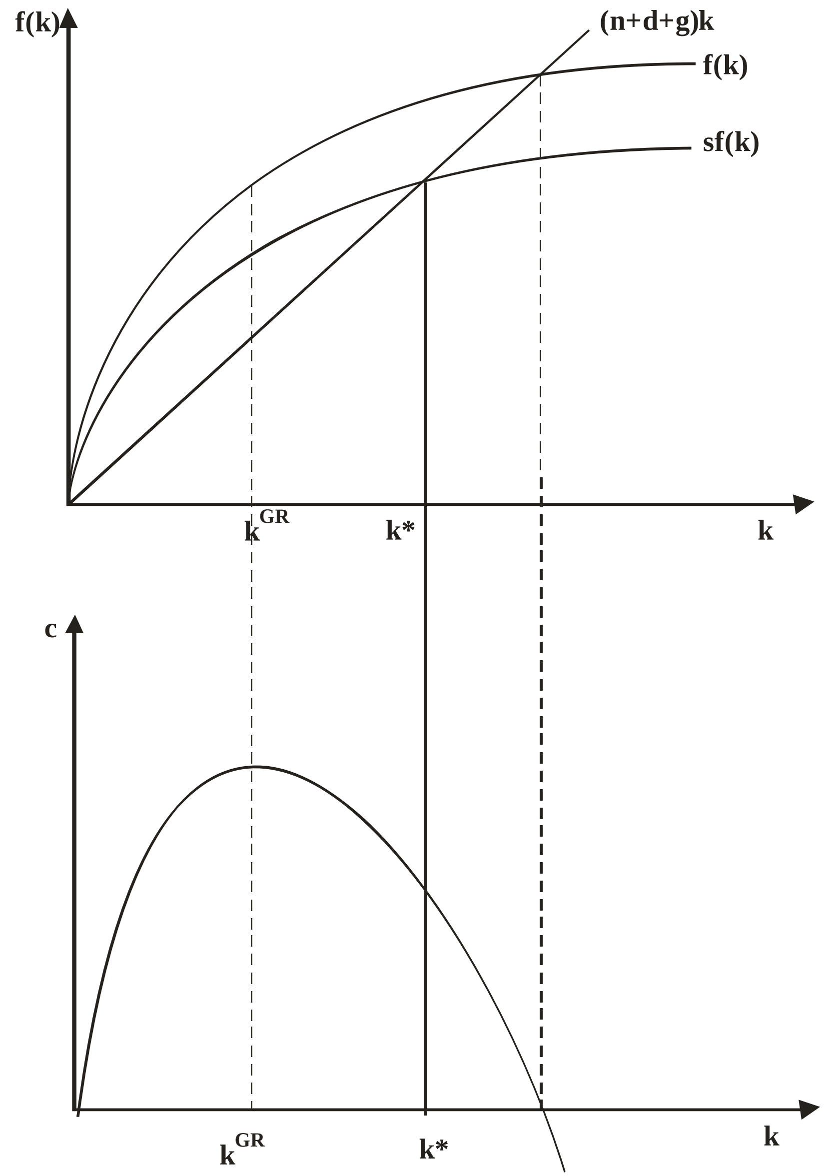
- **La regla de oro**

$$\underset{k}{Max} \quad \tilde{c} = f(\tilde{k}) - (n+\delta+g)\tilde{k}$$

$$f'(\tilde{k}) = n+\delta+g = s\frac{f(\tilde{k})}{\tilde{k}}$$

$$s = \frac{\tilde{k}f'(\tilde{k})}{f(\tilde{k})} = \alpha(\tilde{k})$$

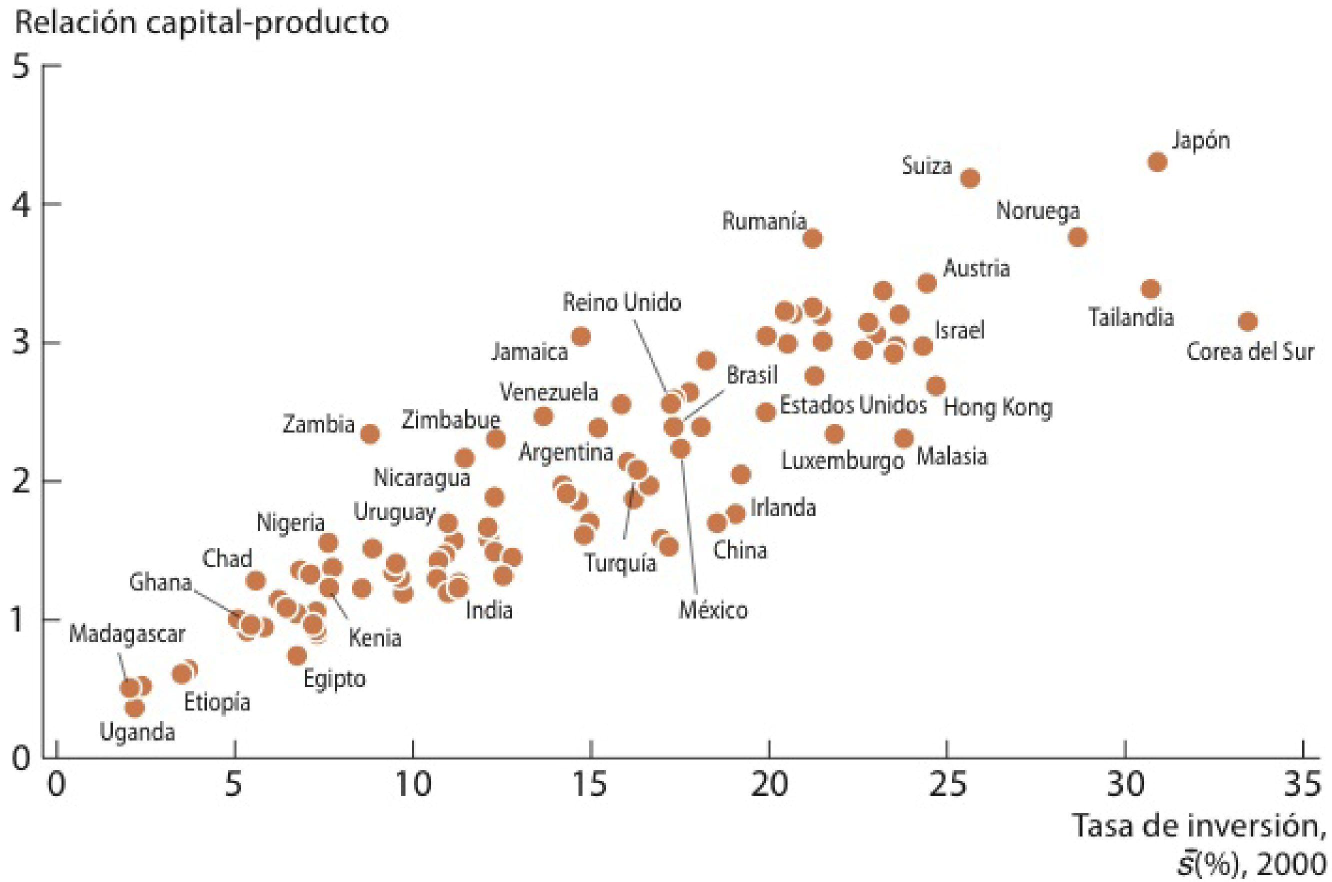
- **Ineficiencia Dinámica**



Contenido

Modelo de Solow-Swan

Empíricamente, los países que tienen una tasa de inversión más alta tienen una relación capital-producto mayor:



La hipótesis de la convergencia

- Una predicción muy importante del modelo de Solow (el modelo neoclásico): Si dos economía tienen el mismo estado estacionario, la hipótesis de convergencia es válida: los países pobres deberían crecer más deprisa que los países ricos

Modelo de Solow-Swan

Conclusiones

- El capital, el consumo y la producción en términos de trabajo efectivo ($\tilde{c},\tilde{k},\tilde{y}$) se mantienen constantes.
- Las variables per cápita (c,k,y) crecen a la tasa g.
- El Capital, el Consumo y la Producción agregados (C,K,Y) crecen a la misma tasa (n+g).
- La tasa de crecimiento de la renta per cápita es menor cuando mayor es el nivel de renta.
- Los salarios reales deben ser mayores en países con mayor nivel de renta.

Modelo de Solow-Swan

Conclusiones

- El tipo de interés real es menor en países con mayor nivel de renta.
- Países con similares variables exógenas tienden al mismo nivel de renta per cápita.
- El nivel de renta de un país está correlacionado positivamente con la tasa de ahorro (inversión).
- La tasa de crecimiento de la renta per cápita está directamente relacionada con la tasa de inversión de un país.

Críticas

- La evidencia empírica rechaza la convergencia a un estado de estado estacionario común de todas las economías.
  - Convergencia Absoluta
  - Convergencia Condicional
- La posibilidad de ineficiencia dinámica en el modelo.
  - Restringir las soluciones de k
  - Modelo de Ramsey-Cass-Koopmans

UPC
UNIVERSIDAD PERUANA DE CIENCIAS APLICADAS

Modelo de Crecimiento Neoclásico

Ronald Cuela